



Modélisation dans un estuaire à marée. Rôle du bouchon vaseux dans la tenue des sols sous marins.

Martin Sanchez Angulo

► To cite this version:

Martin Sanchez Angulo. Modélisation dans un estuaire à marée. Rôle du bouchon vaseux dans la tenue des sols sous marins.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Nantes, 1992. Français. NNT: . tel-00364316

HAL Id: tel-00364316

<https://theses.hal.science/tel-00364316>

Submitted on 25 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE NANTES
ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

MODÉLISATION DANS UN ESTUAIRE À MARÉE

Rôle du bouchon vaseux dans la tenue des sols sous marins

THÈSE DE DOCTORAT
École doctorale : Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : Génie Civil

*présentée
et soutenue publiquement par*

Martin Alonso SANCHEZ ANGULO

le 10 juillet 1992, devant le jury ci-dessous

<i>Président et rapporteur</i>	M. LARSONNEUR Claude, <i>Professeur à l'Université de Caen</i>
<i>Rapporteur</i>	M. BELORGEY Michel, <i>Professeur à l'Université du Havre</i>
<i>Examineurs</i>	M. CHAPON Jean, <i>Président des Voies navigables de France</i>
	M. GRAILLOT André, <i>Directeur général du Port autonome Nantes-St Nazaire</i>
	M. GROVEL Alain, <i>Professeur à l'Université de Nantes</i>
	M. JOUVE Pierre, <i>Professeur à l'Université de Nantes</i>

Directeur de thèse : M. Alain GROVEL

LISTE DES DIRECTEURS DE RECHERCHE REGULIERS
APPARTENANT A UNE EQUIPE D'ACCUEIL OU ASSOCIEEAUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE APPLIQUEE :

Y. BIZAIS	MC	Université (Médecine)	Lab. Automatique Nantes
Ph. DE LARMINAT	Pr	Ecole Centrale	"
J. DESCUSSE	DR	CNRS Ecole Centrale	"
C. DONCARLI	Pr	Ecole Centrale	"
JP. ELLOY	MC	"	"
M. GAUTIER	Pr	Université (Sciences)	"
A. GLUMINEAU	MC	Ecole Centrale	"
M. GUGLIELMI	IR	CNRS Ecole Centrale	"
JP. HUMEAU	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	"
W. KHALIL	Pr	Ecole Centrale	"
JF. LAFAY	Pr	"	"
JF. LE CORRE	Pr	"	"
M. MALABRE	CR	CNRS Ecole Centrale	"
C. MOOG	CR	"	"
O. ROUX	MC	Université (Sciences)	"
M. SILLY-CHETTO	MC	Université (IRESTE)	"

DYNAMIQUE DES FLUIDES ET DES TRANSFERTS :

JP. BARDON	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
J. COMITI	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie des Procédés
F. DANES	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
D. DELAUNAY	DR	"	"
F. DEL REY	MC	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
G. DELHOMMEAU	IR	"	"
L. DOUBLIEZ	Pr	Université (Sciences)	"
Y. JARNY	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
Y. LECOINTE	Pr	"	"
J. LEGRAND	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie des Procédés

D. MARICHAL	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
PG. MESTAYER	DR	CNRS	"
		Ecole Centrale	
H. PEERHOSSAINI	Pr	Université (ISITEM)	Lab. Thermocinétique
J. PIQUET	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
F. QUEMENEUR	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie des Procédés
C. REY	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. des Fluides
JM. ROSANT	CR	"	"
P. SULMONT	Pr	"	"
JP. SCHLUMPF	MC	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie des Procédés

GENIE CIVIL :

G. BASTIAN	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	Lab. Génie Civil E.C.N.
A. GROVEL	Pr	Université (Sciences)	
P. JOUVE	Pr	"	
JG. SIEFFERT	Pr	Ecole Centrale	"
P. THOMAS	Pr	Université (IUT St NAZAIRE)	"
J. VILAINE	Pr	Ecole Centrale	"

GENIE MECANIQUE :

C. BURTIN	MC	Ecole Centrale	Lab. Matériaux
P. CHEDMAIL	Pr	"	Lab. Automatique Nantes
CY. CHIEM	Pr	"	Lab. Matériaux
S. DUBIGEON	Pr	"	Lab. Méca. Structures
B. LAMY	Pr	"	Lab. Matériaux
D. LE HOUEDDEC	Pr	"	Lab. Méca. Structures
F. LE MAITRE	Pr	"	Lab. Matériaux
S. MARYA	Pr	"	"
A. POTIRON	Pr	ENSAM ANGERS	
B. PESEUX	Pr	Ecole Centrale	Lab. Méca. Structures
J. ROYER	Pr	"	"
P. VAUSSY	Pr	"	"
C. WIELGOSZ	Pr	Université (Sciences)	" Lab. Méca. Structures ECN

INFORMATIQUE :

P. BAKOWSKI	Pr	Université (IRESTE)	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
J. BEZIVIN	Pr	Université (Sciences)	Institut de Recherche et d'Informatique de Nantes
H. BRIAND	Pr	Université (IRESTE)	"
JC. DAUBISSE	Pr	Ecole Centrale	"
M. GRIFFITHS	Pr	Université (Sciences)	"

H. HABRIAS	Pr	Université (I.U.T.)	Institut de Recherche et d'Informatique de Nantes
J. HARDOUIN DUPARC	Pr	Université (Sciences)	"
G. JAVEL	Pr	Université (I.U.T.)	
JH. JAYEZ	Pr	"	Institut de Recherche et d'Informatique de Nantes
M. LUCAS	Pr	Ecole Centrale	"

SYSTEMES ELECTRONIQUES ET INFORMATIQUES :

D. BARBA	Pr	Université (IRESTE)	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
JP. CALVEZ	Pr	"	
JL. COCQUERELLE	Pr	"	Lab. Recherche Electrotechnique et Electronique de Puissance
M. FELIACHI		Université (I.U.T. St NAZAIRE)	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
T. RAZBAN	Pr	"	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
B. REMAUD	Pr	"	Lab. Physique Nucléaire
J. SAILLARD	Pr	"	Lab. Systèmes Electroniques et Informatiques
G. TURBAN	Pr	"	Lab. Plasma Couches Minces

à la mémoire de mon père

à ma mère

à mes frères

à ma famille

REMERCIEMENTS.

Je tiens à remercier tout particulièrement M. Alain GROVEL, professeur à l'Université de Nantes, pour avoir accepté la responsabilité de diriger cette recherche, pour ses conseils, son soutien et pour ses encouragements permanents pendant la réalisation de ce travail. Je désire aussi remercier M. GROVEL pour ses nombreuses contributions personnelles apportées à ce mémoire.

J'exprime ma gratitude à M. Michel BELORGEY et à M. Claude LARSONNEUR, pour avoir accepté de faire partie du jury de soutenance de ma thèse en qualité de rapporteurs ; je leur suis reconnaissant pour leurs précieuses contributions et pour leurs remarques justifiées.

Je remercie également M. Jean CHAPON et M. André GRAILLOT pour leur participation comme examinateurs de mon mémoire de thèse.

Je tiens à adresser ma gratitude à M. Pierre JOUVE, directeur du Laboratoire de Mécanique et de Géomécanique de l'Université de Nantes, pour avoir accepté de faire partie de mon jury et également pour l'accueil dans son laboratoire pendant la réalisation de ma thèse.

Je suis reconnaissant à M. Jean Georges SIEFFERT, pour les facilités qu'il m'a données pour le bon déroulement de mes travaux de recherche au Laboratoire de Génie Civil de l'Ecole Centrale de Nantes.

Je remercie M. Alain COUILLAUD de l'Ecole Centrale de Nantes et M. Yannick SAUVAUREL du Laboratoire Central de Ponts et Chaussées de Nantes, pour leur aide et leur collaboration apportées pendant les essais en laboratoire.

J'exprime ma gratitude à M. Jacques LAMIRAULT pour ses conseils concernant la préparation de ma soutenance, à M. Daniel LEVACHER pour ses conseils et pour ses remarques apportées amicalement à cette thèse, à mes amis, à mes collègues chercheurs et à l'ensemble du personnel du Laboratoire de Mécanique et de Géomécanique, et de l'Ecole Centrale de Nantes, pour leur convivialité.

Enfin, je remercie le CONACYT, Conseil National de la Science et de la Technologie du Mexique, pour son appui financier sans lequel cette thèse n'aurait pas été possible.

SOMMAIRE.

PREFACE1
INTRODUCTION.3
1.- GENERALITES SUR LES ESTUAIRES.6
1.1.- DEFINITION D'ESTUAIRE.6
1.1.1.- Estuaire de la Loire.6
1.2.- CLASSIFICATION DES ESTUAIRES.6
1.2.1.- Classification des estuaires d'après la propagation de la marée.6
1.2.2.- Classification des estuaires d'après la structure saline.7
1.3.- MOUVEMENTS LIQUIDES DANS L'ESTUAIRE.11
1.3.1.- Morphologie des estuaires.11
1.3.2.- Onde de marée à l'aval de l'estuaire.13
1.3.3.- Apports liquides du fleuve.15
1.3.4.- Masse volumique de l'eau dans les estuaires.16
1.4.- COURBES DE MAREE ET DE COURANT.18
1.5.- HYDRODYNAMIQUE DES ESTUAIRES.21
1.5.1.- Equations de mouvement.21
1.5.2.- Champ d'accélération.22
1.5.3.- Le mécanisme de la circulation gravitationnelle.23
1.5.4.- L'accélération de Coriolis.23
1.5.5.- Ecoulement à surface libre en régime stationnaire.24
1.5.6.- Lois de frottement.25
1.5.7.- Equations de mouvement pour les estuaires.26
1.5.8.- Equations de continuité.27
1.6.- PROCESSUS DE MELANGE EN ESTUAIRES.28
1.6.1.- Processus de diffusion.28
1.6.1.1.- Transfert de la quantité de mouvement.29
1.6.1.2.- Transfert de chaleur.29

1.6.1.3.-	Transfert de masse.30
1.6.2.-	Diffusion turbulente de la masse31
1.6.3.-	Diffusion dans un système binaire.32
1.6.4.-	Dispersion pour un mouvement unidimensionnel.32
1.6.5.-	Dispersion en estuaires.34

2.- SEDIMENTOLOGIE DES ESTUAIRES.36

2.1.- MODELES DE TRANSPORT.36

2.2.- EQUILIBRE ENTRE EROSION, TRANSPORT ET SEDIMENTATION....37

2.3.- MATERIAUX GRANULAIRES.38

2.3.1.-	Vitesse de chute des particules.40
2.3.2.-	Début d'entraînement des matériaux granulaires.42
2.3.3.-	Transport des matériaux granulaires.44
2.3.4.-	Equation de continuité.46
2.3.5.-	Transport par charriage et en saltation.46
2.3.6.-	Transport en suspension.47

2.4.- MATERIAUX COHESIFS.48

2.4.1.-	La vase.50
2.4.2.-	Rhéologie des vases.51
2.4.2.1.-	Définitions et notations.51
2.4.2.2.-	Comportements rhéologiques.53
2.4.2.3.-	Modèles rhéologiques.54
2.4.2.4.-	Comportement rhéologique des systèmes eau-sédiment colloïdal.55
2.4.2.5.-	Comportement rhéologique des vases.56
2.4.3.-	Dynamique sédimentaire des matériaux cohésifs.57
2.4.3.1.-	Apports solides du fleuve.57
2.4.3.2.-	Transport des MES au sein de l'estuaire.57
2.4.3.3.-	Cycle sédimentologique au sein de l'estuaire.59
2.4.4.-	Lois de modélisation des phénomènes sédimentologiques des matériaux cohésifs..	60
2.4.4.1.-	Modèles de transport des sédiments cohésifs.60
2.4.4.2.-	Vitesse de chute des sédiments cohésifs.61
2.4.4.2.1.-	Vitesse de chute des particules élémentaires.61
2.4.4.2.2.-	Vitesse de chute en milieu floculant.62
2.4.4.2.3.-	Modèles pour la vitesse de chute des sédiments cohésifs.63
2.4.4.2.4.-	Modèles pour le débit de dépôt.64
2.4.4.2.5.-	Influence de la stratification des MES.65

2.4.4.2.5.1.- Fonction de stratification des MES de Rousse.65
2.4.4.2.5.2.- Fonction empirique de stratification des MES proposée par Bellesort et Migniot.	67
2.4.4.3.- Modèles de tassement utilisés en dynamique sédimentaire.68
2.4.4.3.1.- Etudes réalisés au LCHF.68
2.4.4.3.2.- Modèle proposé par Hayter.70
2.4.4.3.3.- Modèle proposé par Le Hir et coll.72
2.2.4.4.4.- Modèles d'érosion.72
2.4.4.4.1.- Processus d'érosion.72
2.4.4.4.2.- Modèle pour déterminer le début d'érosion.72
2.4.4.4.3.- Modèles pour le débit d'érosion.74
2.4.4.5.- Déplacement de la vase par le fond75
2.4.4.5.1.- Modèles de déplacement de la vase par le fond.76
2.4.4.5.2.- Conditions pour qu'un écoulement de vase soit turbulent.77

3.- ETUDE RHEOLOGIQUE DE LA VASE DE LA LOIRE.78

3.1.- CARACTERISTIQUES DE LA VASE DE LA LOIRE.78
3.1.1.- Phase Argileuse.78
3.1.2.- Granulométrie.78
3.1.3.- Matière organique.79
3.1.4.- Limites d'Atterberg.79

3.2.- RHEOLOGIE DES VASES.81
3.2.1.- Modèles rhéologiques utilisés.81
3.2.2.- Essais rhéométriques.81
3.2.2.1.- Appareillage.81
3.2.2.2.- Echantillonnage.82
3.2.2.3.- Remarques.83
3.2.2.4.- Mode opératoire.84
3.2.2.5.- Gradients de vitesse utilisés.84
3.2.3.- Résultats obtenus.85
3.2.4.- Mise en évidence de la thixotropie.88

3.3.- REMARQUES SUR CE CHAPITRE.90
---	---------

3.4.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.90
---	---------

4.- ETUDE DE LA SEDIMENTATION ET DE LA CONSOLIDATION I.91

4.1.- FRONTIERE ENTRE LA SEDIMENTATION ET LA CONSOLIDATION....91

4.2.- CONSOLIDATION.93
4.2.1.- Théories "classiques" de consolidation.93
4.2.1.1.- Théorie de consolidation unidimensionnelle de Terzaghi.93
4.2.1.2.- Théorie de consolidation de Gibson et al.96
4.2.2.- Similitude en consolidation.96
4.2.2.1.- Similitude sous conditions d'un rapport k / m_v constante.97
4.2.2.2.- Similitude entre les modèles réduits centrifugés et les prototypes.99
4.2.3.- Analogies entre différentes études portant sur la consolidation et les théories "classiques" de consolidation.101
4.2.4.- Développement d'un modèle de consolidation de vases.104
4.2.4.1.- Relations contrainte-déformation104
4.2.4.2.- Contraintes dans la vase au cours du processus de consolidation.105
4.2.4.3.- Notations pour les contraintes utilisées dans cette étude.106
4.2.4.4.- Proposition d'une loi de compressibilité de la vase.106
4.2.4.5.- Comportement rhéologique de la vase.107
4.2.4.6.- Ecoulement de l'eau interstitielle.109
4.2.4.7.- Vitesse de la phase solide.110
4.2.4.8.- Equation de continuité de la phase solide.110
4.2.4.9.- Récapitulation de notre modèle de consolidation.111
4.2.4.9.1.- Hypothèse de travail introduites dans notre modèle.111
4.2.4.9.2.- Equations gouvernant la consolidation.111
4.2.4.9.3.- Lois de compressibilité et de perméabilité utilisées.111
4.2.5.- Etude de la consolidation en laboratoire.112
4.2.5.1.- Détermination des paramètres de la loi de compressibilité.113
4.2.5.2.- Détermination des paramètres de la loi de perméabilité.115
4.2.6.- Equations de consolidation des vases normalement consolidées.117
4.2.7.- Relation contrainte-déformation pour les essais du LCHF.118

4.3.- SEDIMENTATION DES VASES.119
4.3.1- Alternatives pour l'étude de la sédimentation.119
4.3.2.- Développement d'un modèle de vitesse de sédimentation de vases.123
4.3.2.1.- Vitesse de la phase solide.125
4.3.2.2.- Loi de perméabilité de la suspension.125
4.3.2.3.- Equation de continuité de la phase solide.126
4.3.2.4.- Récapitulation de notre modèle de vitesse de sédimentation.126
4.3.2.4.1.- Hypothèse de travail introduites dans notre modèle.126

4.3.2.4.2.- Equations gouvernant la sédimentation.126
4.3.2.4.2.- Loi de perméabilité de la suspension utilisée.126
4.3.3.- Validation de notre modèle de vitesse de sédimentation.127
4.3.3.1.- Validation de notre modèle de vitesse de sédimentation à partir des mesures de la vitesse de sédimentation de la vase de la Loire.128
4.4.- ASSEMBLAGE DES MODELES DE SEDIMENTATION ET DE CONSOLIDATION.129
4.4.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.132

5.- ETUDE DE LA SEDIMENTATION ET DE LA CONSOLIDATION II.

.....135

5.1.- UNE SOLUTION PARTICULIERE POUR LES COLONNES DE SEDIMENTATION.135
5.1.1.- Concentration au fond de la colonne de sédimentation.135
5.1.2.- Formulation des conditions de frontière pour le problème de la colonne de sédimentation.137
5.1.3.- Epaisseur d'une colonne de sédimentation.137
5.1.4.- Présentation de la solution particulière pour les colonnes de sédimentation.....	138
5.1.5.- Calage de la solution particulière pour les colonnes de sédimentation.138
5.1.6.- Conclusions sur le comportement des suspensions concentrées, sortant de la solution particulière du problème de sédimentation.141
5.2.- ETUDE DE LA CREME DE VASE DANS SON ETAT DE SUSPENSION.142
5.2.1.- Vitesse de déplacement des niveaux d'iso-concentration.142
5.2.2.- Débit solide à travers les niveaux d'iso-concentration.145
5.2.3.- Définitions conventionnelles des complexes vase-eau d'après leur débit solide à travers un niveau d'iso-concentration $Q_{s/c}$146
5.2.4.- Conditions nécessaires pour la formation d'une suspension de crème de vase en eau calme.147
5.2.5.- Concentration à la surface d'une crème de vase en état de suspension formée sous conditions d'eau calme.150
5.2.6.- Conditions nécessaires pour la formation d'une suspension de crème de vase dans les écoulements naturels.151

5.3.- MODELE ISO-CONCENTRATION MULTICOUCHE DE LA DYNAMIQUE VERTICALE DE LA CREME DE VASE EN ETAT DE SUSPENSION.152
5.3.1.- Validation du modèle multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension.156
5.3.2.- Commentaires sur le modèle iso-concentration multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension.157
5.4.- MODELE SEMI-EMPIRIQUE ISO-CONCENTRATION DE LA DYNAMIQUE VERTICALE DES DEPOTS DE VASES.158
5.4.1.- Présentation du modèle semi-empirique iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase.159
5.4.2.- Application au matériau de l'estuaire de la Loire.160
5.5.- REMARQUE SUR LA VITESSE DE SEDIMENTATION DES VASES.162
5.6.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.163
 6.- EROSION DES VASES.	167
6.1.- EROSION DES DEPOTS DE VASES PRECONSOLIDEES.167
6.2.- DIFFUSION DE LA MASSE D'UNE CREME DE VASE EN ETAT DE SUSPENSION.168
6.2.1.- Etude de la couche limite pour les fluides newtoniens.169
6.2.2.- Sources de turbulence dans la couche limite.172
6.2.3.- Energie turbulente dans la couche limite.173
6.2.4.- Profil de vitesses dans la couche limite pour les fluides non-newtoniens175
6.2.5.- Critères d'apparition de la turbulence pour les fluides non-newtoniens178
6.2.6.- Ecoulement des fluides non-newtoniens stratifiés180
6.2.7.- Conditions critiques de turbulence en surface d'une couche de crème de vase en état de suspension par un écoulement superficiel.180
6.2.8.- Dynamique de la crème de vase en état de suspension dans l'estuaire de la Loire.181
6.2.7.1.- Formulations retenues pour modéliser la dynamique de la crème de vase en état de suspension dans l'estuaire de la Loire.182

6.3.- ETUDE DE L'EROSION DE LA VASE EN LABORATOIRE.183
6.3.1.- Canal expérimental.183
6.3.2.- Hydrodynamique du canal expérimental.184
6.3.2.1.- Description de l'appareil de mesure de vitesses.185
6.3.2.2.- Débit dans le canal.186
6.3.2.3.- Tension de cisaillement au fond du canal.187
6.3.3.- Réalisation des essais d'érosion.189
6.3.3.1.- Echantillonnage.189
6.3.3.2.- Mode opératoire.189
6.3.3.3.- Mécanismes d'érosion observés en laboratoire.190
6.3.3.4.- Conditions hydrodynamiques critiques d'érosion.191
 6.4.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.	194
 CONCLUSIONS GENERALES.	196
 PERSPECTIVES.	205
 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.	206

Modélisation dans un estuaire à marée.

Rôle du bouchon vaseux dans la tenue des sols sous marins.

Résumé :

L'objectif premier de cette recherche, réalisée dans le cadre du **génie civil**, est de modéliser les processus sédimentaires verticaux (**dépôt, tassement, et érosion**), faisant partie de la dynamique sédimentaire des vases dans les estuaires.

Afin de parvenir à ce but, **trois démarches différentes sont suivies :**

- **Analyse des modèles couramment utilisés en sédimentologie.**
- **Adaptation aux problèmes sédimentaires des modèles utilisés dans d'autres disciplines.**
- **Proposition de nouveaux modèles.**

Les modèles proposés tiennent compte des actions mécaniques et des propriétés caractéristiques des vases. Les différentes propriétés de la vase sont reliées à la concentration et à la température par des lois simples utilisant un maximum de trois paramètres, ce qui facilite une modélisation hydrosédimentaire à paramètres multiples.

D'une manière générale, les modèles sont ajustés pour la vase de l'estuaire de la Loire. Cependant, ils sont applicables à d'autres sites, aux valeurs des paramètres près.

Un **modèle général de tassement** satisfaisant les principes issus de la mécanique de sols est développé ; le **tassement par sédimentation** des suspensions est simulé comme un cas particulier en absence de contraintes effectives.

Un **modèle iso-concentration multicouches pour la dynamique verticale des dépôts de vase** est formulé. Ce modèle permet de détecter la concentration au-dessus de laquelle la vase s'accumule dans le fond pour former la **crème de vase**.

Enfin, des essais rhéométriques réalisés sur une vase de l'estuaire de la Loire mettent en évidence l'**influence de la température sur sa rigidité initiale**, laquelle conditionne l'**érosion**.

Cette synthèse des différentes modélisations hydrosédimentaires nous a permis la construction d'un modèle numérique unidimensionnel de l'ensemble de l'estuaire de la Loire.

Mots clés :

SEDIMENTATION, CONSOLIDATION, TASSEMENT, MATERIAUX COHESIFS, VASE, RHEOLOGIE, EROSION, ESTUAIRE.

Modelling in a tidal estuary.

Marine soils behaviour in the high turbidity zones.

Abstract :

This report is concerning the modelling of vertical sedimentary processes in estuaries (**deposition, consolidation, erosion**). These research works have been carried out with the civil engineering aspect. This research is developed in respect with the following parts :

- **Analysis of usual sediment dynamics models ;**
- **Adaptation of models used and issued from other science areas ;**
- **Development of new models.**

The proposed models take into account the mechanical phenomena with the typical properties. These properties are defined by simple laws which depend on the temperature and the dry density. This approach simplifies a multi-parameters hydro-sedimentary modelling. All models are adjusted for the Loire estuary mud, but can be used for other sites. A settlement model is also developed with the vertical soil mechanics aspects. The suspension's sedimentation is simulated as a particular case without effective stresses conditions.

A **multi-layers iso-dry density** model is described for the vertical beds dynamics. This model offers the possibility to appreciate the dry density above which the mud is gathering near the bed to give a pseudo-plastic suspension.

Also rheological tests have been performed on Loire estuary mud. These tests results show the temperature's influence on the mud yield stress which is governing the erosion.

Key words :

SEDIMENTATION, CONSOLIDATION, MUD, COHESIVE SEDIMENT, RHEOLOGY, EROSION, ESTUARY.

Modelización en un estuario con marea.

Comportamiento de los materiales cohesivos en los estuarios.

Resumen :

El objetivo primordial de esta tesis realizada desde el punto de vista de **ingeniería civil**, es la modelización de los procesos sedimentarios verticales (**sedimentación, consolidación y erosión**) que hacen parte de la dinámica sedimentaria de los materiales cohesivos en los estuarios.

Durante esta investigación, tres metodologías diferentes son utilizadas :

- **Análisis de modelos existentes ;**
- **Adaptación de modelos utilizados en otras disciplinas a los problemas sedimentarios ;**
- **Formulación de nuevos modelos.**

Los modelos propuestos consideran las acciones mecánicas y las propiedades que caracterizan cada material cohesivo.

En esta investigación, las propiedades de un material cohesivo dado son relacionadas con su concentración y con su temperatura, utilizando leyes simples que contienen tres parámetros como máximo. Esto, con el fin de facilitar una modelización hidrosedimentaria con multiplicidad de parámetros.

En regla general, los modelos presentados son calibrados a partir de medidas realizadas sobre un material cohesivo del estuario Loira. Sin embargo, estos modelos son formulados de una manera que permite su aplicación en otros sitios.

Un **modelo general de consolidación** que satisface la teoría de la mecánica de suelos es desarrollado en esta tesis. El **proceso de sedimentación** es simulado en este modelo como un caso particular en ausencia de presiones efectivas.

Un **modelo iso-concentración multicapas** es formulado para analizar la **dinámica vertical de depósitos de materiales cohesivos**. Este modelo permite la determinación de la concentración en la superficie de un depósito, que resulta de una sedimentación de **material cohesivo**.

Finalmente, una serie de medidas rheométricas realizadas sobre un material cohesivo proveniente del estuario Loira, muestra la influencia de la temperatura sobre la rigidez inicial, la cual condiciona la erosión.

Palabras clave :

SEDIMENTACION, CONSOLIDACION, FANGOS, LODOS, MATERIALES COHESIVOS, RHEOLOGIA, EROSION, ESTUARIO.

Préface.

L'objectif premier de cette recherche, réalisée dans le cadre du **génie civil**, est de modéliser les processus sédimentaires verticaux faisant partie de la dynamique sédimentaire des matériaux cohésifs (vases) dans les estuaires.

Ces **processus sédimentaires verticaux** sont :

- le **dépôt**,
- le **tassement**,
- l'**érosion**.

Afin de parvenir à notre but, **trois démarches différentes sont suivies** :

- 1.- **Analyse des modèles couramment utilisés en sédimentologie.**
- 2.- **Adaptation aux problèmes sédimentaires des modèles utilisés dans d'autres disciplines.** Ceci implique un travail d'homogénéisation des modèles.
- 3.- **Proposition de nouveaux modèles.**

Les modèles proposés dans ce mémoire tiennent compte des actions mécaniques et des propriétés caractéristiques des vases.

Dans tous les développements, nous considérons que les facteurs non mécaniques restent constants dans le temps et dans l'espace, si bien que les propriétés d'une vase ne dépendent que de sa température et de sa concentration en matières sèches (variable d'état de la vase).

Les lois reliant les différentes propriétés de la vase à la concentration et à la température sont dans la mesure du possible des expressions simples, utilisant un maximum de trois paramètres ; ceci afin de faciliter une modélisation hydrosédimentaire à paramètres multiples.

D'une manière générale, les modèles sont ajustés pour la vase de l'estuaire de la Loire. Cependant, dans la mesure où les lois reliant les différentes propriétés à la concentration sont justifiées, ces modèles sont applicables à d'autres sites, aux valeurs des paramètres près.

Ce mémoire est composé de 6 chapitres et d'une annexe :

Les chapitres 1 et 2 présentent essentiellement une étude bibliographique sur les processus hydrosédimentaires des matériaux cohésifs dans les estuaires.

Dans le chapitre 3, des essais rhéométriques réalisés sur une vase provenant de l'estuaire de la Loire et interprétés par le modèle de Bingham, nous permettent de mettre en évidence **l'influence de la température sur la rigidité initiale et sur la viscosité apparente de la vase**.

Dans le chapitre 4, nous développons un **modèle théorique de consolidation** satisfaisant des principes issus de la mécanique de sols. Ce modèle est ajusté pour la vase de la Loire à partir d'une série d'essais de consolidation réalisée en laboratoire.

En analogie avec le modèle de consolidation, nous développons un **modèle de vitesse de sédimentation** des vases qui permet l'assemblage des modèles gouvernant la sédimentation et la consolidation.

Dans le chapitre 5, nous présentons une solution particulière propre à cette étude, pour le problème de la sédimentation en eau calme d'une suspension ayant au début du processus une concentration constante.

Nous formulons un **modèle iso-concentration pour la dynamique verticale des dépôts de vase**. Ce modèle consiste en une discrétisation adaptée aux problèmes sédimentaires.

Enfin, basés sur le modèle iso-concentration, nous proposons un critère permettant de détecter les conditions critiques de formation d'une "**crème de vase**" comme le résultat de l'action hydrodynamique imposée par un écoulement superficiel et des propriétés colloïdales du matériau, exprimées par la valeur des paramètres intervenant dans ce modèle.

Dans le chapitre 6, en nous basant sur une étude au sujet de l'écoulement de polymères en tuyauteries, nous formulons un **critère d'apparition de la turbulence** et nous l'adaptions au cas des couches stratifiées de vase.

Une étude de remise en suspension de vase dans un canal en laboratoire nous permet de trouver la tension de cisaillement critique de début d'érosion en fonction de la rigidité initiale de la vase de la Loire.

L'annexe présente un modèle numérique unidimensionnel de la dynamique sédimentaire des vases dans l'estuaire de la Loire. Ce modèle est construit à partir de l'analyse de différents modèles mathématiques, repérés dans ce mémoire par trois étoiles (***).

Introduction.

Les estuaires, embouchures à la mer des fleuves et des rivières, sont le site de mélange d'eau douce fluviale et d'eau salée marine. Ce mélange est accompagné d'une grande quantité des phénomènes du type physique, chimique et biologique qui entraînent une dynamique sédimentaire estuarienne complexe.

Ce travail traite de la **dynamique sédimentaire des matériaux cohésifs dans les estuaires** et de deux aspects particuliers qui sont le rôle de la "**crème de vase**" et du "**bouchon vaseux**" dans la tenue des sols sous marins.

L'étude de la dynamique sédimentaire des matériaux cohésifs dans les estuaires concerne l'économie et la qualité de vie dans les régions estuariennes. En effet, d'un côté la connaissance de la sédimentologie permet d'optimiser les dragages liés à la navigation et aux activités commerciales et d'un autre côté, les sédiments cohésifs étant un vecteur de transport pour les métaux lourds et la matière organique, sa dynamique est étroitement liée à la qualité des eaux estuariennes.

Une brève description du cycle général que suivent les sédiments dans un grand nombre d'estuaires permet d'énumérer les principaux processus sédimentaires des matériaux cohésifs.

A l'amont d'un estuaire, les vitesses sont essentiellement dirigées vers la mer et d'une intensité suffisante pour assurer le transport en suspension des matériaux jusqu'à l'intérieur de l'estuaire.

Au sein de l'estuaire, les oscillations de la marée s'accompagnent d'une variation périodique des vitesses longitudinales : les vitesses sont dirigées vers le continent pendant le flot, vers la mer pendant le jusant, et lors des étales elles sont nulles. Ainsi, une particule en suspension ne suit pas une descente continue vers la mer mais subit le même mouvement alternatif que les particules d'eau.

Au sein de l'estuaire, hormis le simple transport en suspension, on observe les phénomènes sédimentologiques suivants :

a) **Dépôt** .

Le calme qui se produit lors des étales permet dans tous les cas un transfert des matières en suspension (MES) vers le dépôt et dans certains cas particuliers, une partie de la vase en cours de sédimentation s'accumule dans la couche d'eau inférieure, au voisinage du fond. Cette masse, s'accumulant près du fond et caractérisée par une faible concentration est connue sous le nom de **crème de vase**.

b) Tassement.

La concentration de la crème de vase et celle du dépôt du fond augmentent. Ceci est lié au phénomène de tassement engendré par le poids propre de la vase.

c) Déplacement de la crème de vase.

La faible rigidité de la crème de vase favorise son déplacement sur le fond lequel est associé à l'écoulement de l'eau superficielle et à la pente du fond.

d) Erosion .

Lorsque les vitesses de l'écoulement sont suffisamment élevées, elles remettent en suspension les matériaux du dépôt et de la crème de vase. A la suite des érosions, la concentration en matières en suspension au sein de l'estuaire atteint des valeurs ponctuelles supérieures à celles des MES dans le fleuve. Cette grande turbidité des eaux est connue sous le nom de **bouchon vaseux**.

Les processus sédimentaires mentionnés ci-dessus dépendent des actions hydrodynamiques ainsi que des propriétés de la vase dans ses différents états. Parmi ces propriétés, les plus importantes du point de vue sédimentaire sont :

Pour les matières en suspension.- il s'agit des propriétés colloïdales qui permettent la floculation de la vase.

Pour les dépôts de vase.- elles concernent la perméabilité, la compressibilité, la plasticité, la rigidité, la viscosité, et la thixotropie.

Ces propriétés varient selon les caractéristiques de la vase et selon certaines actions physiques, chimiques et biologiques. L'homme joue aussi un rôle en modifiant éventuellement ces actions.

D'une manière générale, les propriétés de la vase auxquelles nous faisons allusion, sont celles de l'ensemble eau-sédiment cohésif, représenté par un système homogène équivalent ayant une dimension notamment plus importante que celle des particules élémentaires.

Dans ce travail, réalisé dans le cadre du **génie civil**, nous considérons que tous les paramètres non mécaniques restent constants dans le temps. Ainsi, à une contrainte appliquée sur un ensemble vase-eau, correspond une réponse fonction uniquement des **facteurs mécaniques**.

Nous considérons donc, que les **propriétés** d'une vase donnée dépendent exclusivement de sa température et de sa concentration en matières sèches (variable d'état de la vase). L'influence de la **température** sur les différentes propriétés de la vase est quantifiée chaque fois que cela est possible.

A l'heure actuelle, une simulation numérique de l'hydrodynamique et de la pénétration de la salinité dans les estuaires est possible avec une bonne précision quantitative. Cependant les modèles hydrosédimentaires restent toujours qualitatifs.

La pénétration de la salinité et la dynamique sédimentaire sont régies par la même équation de transport qui ne diffère d'un cas à l'autre que dans les termes source et puits (processus de dépôt et d'érosion). Ce sont ces processus verticaux associés au processus de tassement conditionnant l'érosion des dépôts de vase, qui expliquent la différence de fiabilité entre les modèles hydrohalins et les modèles hydrosédimentaires.

L'amélioration de la qualité des résultats obtenus à partir de la modélisation sédimentaire ne peut être obtenue que par une meilleure simulation des processus sédimentaires verticaux.

L'objectif de ce travail est de développer des modèles permettant la simulation de ces processus sédimentaires en tenant compte des propriétés de la vase et des actions mécaniques, tout en conservant une simplicité nécessaire dans les simulations à multiplicité de paramètres.

Finalement, l'utilisation des modèles monodimensionnels et bidimensionnels dans l'étude de la dynamique sédimentaire introduit deux facteurs complémentaires, à savoir : la dispersion et la stratification verticale des matières en suspension. Ces deux facteurs sont également étudiés dans ce travail.

1.- Généralités sur les estuaires.

1.1.- DEFINITION D'ESTUAIRE.

“Un estuaire est une masse d'eau côtière semi-enfermée, qui a une connexion libre avec la mer et à l'intérieur de laquelle l'eau de mer est en dilution avec l'eau douce provenant du drainage terrestre” (Cameron et Pritchard [13]).

Certains auteurs réservent le nom d'estuaire à la partie où l'on trouve des eaux salées (Francis-Boeuf et P. Roa Morales), pour sa part Ottmann [47] propose d'appeler estuaire, toute la zone où se manifestent les phénomènes dynamiques, et de les subdiviser en deux parties : l'une “marine”, où se manifeste la marée saline ; et l'autre “fluviale”, où se manifeste la marée dynamique mais où les eaux restent douces.

1.1.1.- Estuaire de la Loire.

Dans l'estuaire de la Loire, la longueur du bief fluvio-maritime, que l'on caractérise par la limite extrême de la remontée de la marée dynamique, atteint 95 Km (CSEEL [17]), soit 5 Km à l'amont d'Ancenis. En amont de ce point, la marée ne se fait plus sentir et l'écoulement est purement fluvial.

La limite aval de l'estuaire, est fixée sur une ligne joignant la pointe de St. Gildas au phare du Grand Charpentier. A l'aval de cette ligne, le fleuve n'a pratiquement plus aucun effet sur la marée (Salomon [59]).

1.2.- CLASSIFICATION DES ESTUAIRES.

1.2.1.- Classification d'après la propagation de la marée.

D'après la propagation de la marée, un estuaire peut être : hypersynchrone ; synchrone ou hyposynchrone (Larras [37]).

- Un estuaire hypersynchrone est un estuaire où l'effet du rétrécissement d'aval en amont de la section transversale, est supérieur à l'effet de la dissipation d'énergie par l'écoulement : l'amplitude de la marée augmente de l'aval vers l'amont de l'estuaire avant de se dissiper à l'amont.

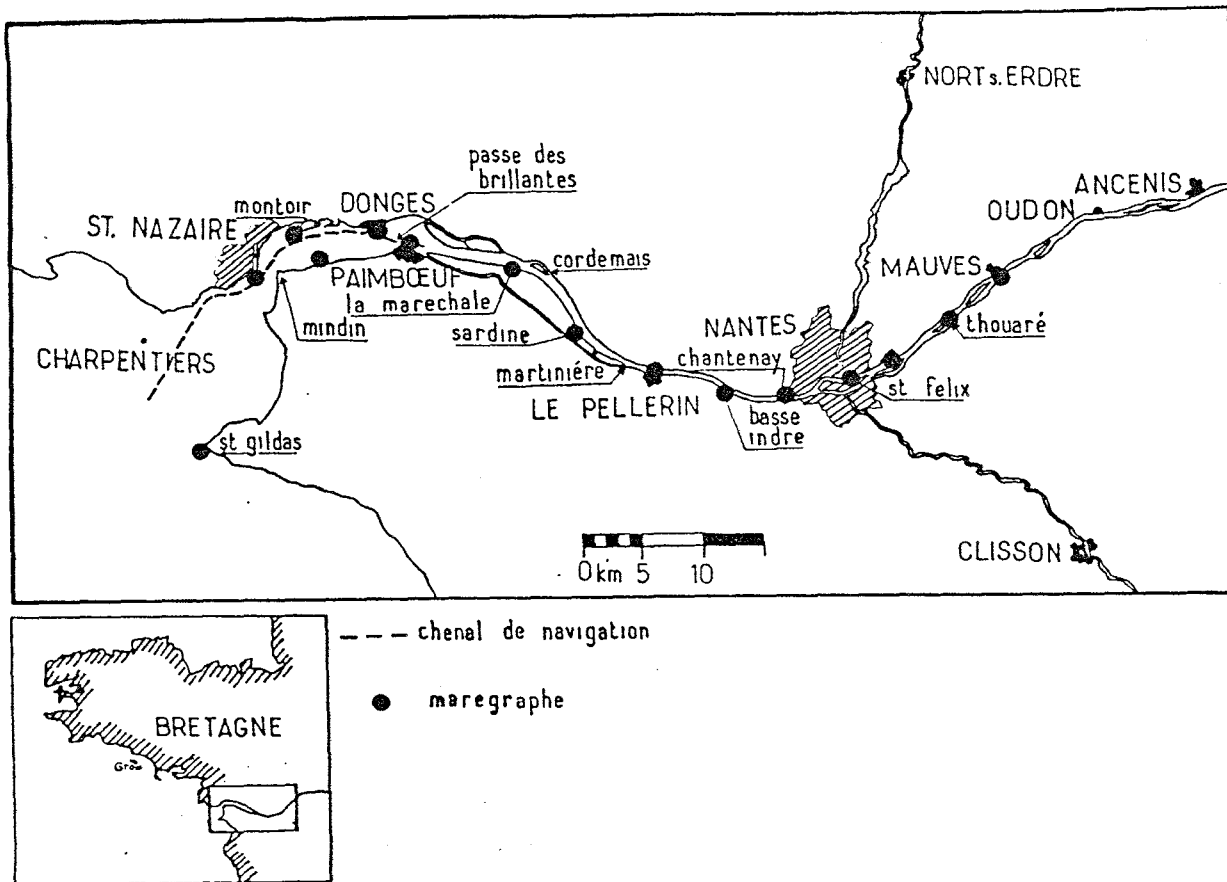


Fig. I.1.- Estuaire de la Loire (in Gallenne [24]).

- Un estuaire est synchrone, lorsque l'effet du rétrécissement est égal à celui de la dissipation d'énergie par l'écoulement : l'amplitude de la marée reste constante dans l'estuaire.
- Un estuaire est hyposynchrone lorsque l'effet du rétrécissement est inférieur à celui de la dissipation d'énergie par l'écoulement : l'amplitude de la marée décroît dans l'estuaire.

En période d'étiage dans le fleuve, l'on admet que l'estuaire de la Loire est hypersynchrone en moyenne entre St. Nazaire et La Maréchale, synchrone entre La Maréchale et Basse-Indre, et hyposynchrone en amont de Nantes (CSEEL [17]).

1.2.2.- Classification d'après la structure saline.

Cameron et Pritchard [13] ont classé les estuaires selon le mélange de la salinité en 3 groupes : coin salé ; estuaire stratifié ; et estuaire mélangé.

- a) **Coin salé ("two-layered system").** - Lorsque un fleuve se jette dans une mer à oscillations de marée très faibles et que le débit du fleuve n'est pas suffisamment important pour chasser complètement l'eau saline de l'estuaire, la pénétration de la mer dans l'estuaire

se produit sous la forme d'un coin salé qui s'étale dans le fond de l'estuaire sur une certaine distance.

La pénétration du "coin salé" du fond vers l'amont, augmente avec l'amplitude de la marée et diminue avec le débit du fleuve.

La friction qui se manifeste au contact des eaux douces et salées, circulant à des vitesses différentes, engendre une turbulence constituée de tourbillons à axes horizontaux. Leur effet est de mélanger les eaux inférieures et supérieures, mais seulement localement du fait de la faible ampleur des tourbillons et de l'effet opposé de la pesanteur des eaux salées inférieures.

Dans les estuaires à coin salé, la salinité du fond entraîne l'eau du fond vers l'amont, donnant lieu à des profils de vitesses inverses (vitesse en surface vers l'aval et dans le fond vers l'amont) pendant le jusant.

Dans tout le coin salé, il existe un écoulement résiduel* inverse. En amont de l'intrusion saline, l'écoulement résiduel est du type fluvial, c'est-à-dire dirigé vers l'aval dans toute la tranche d'eau.

b) Estuaire stratifié.- Au fur et à mesure que la marée est plus importante, le mélange entre l'eau de mer et l'eau douce du fleuve augmente, la marée apportant l'énergie nécessaire pour produire le mélange.

Si l'énergie de la marée n'est pas suffisante pour engendrer un mélange complet, les eaux de l'estuaire sont verticalement stratifiées, les eaux du fond étant plus denses du fait de sa plus grande salinité.

Dans les estuaires mélangés, les profils verticaux de vitesses s'écartent des profils type fluvial, les eaux du fond ayant une prédominance à se diriger vers l'amont. L'écoulement résiduel inverse persiste à l'amont de l'estuaire.

c) Estuaire mélangé.- Lorsque les effets de la marée prédominent sur les effets fluviaux, les eaux dans l'estuaire sont verticalement homogènes ; la masse volumique de l'eau ne varie que longitudinalement entre la valeur correspondante à l'eau de mer et celle de l'eau fluviale.

Dans les estuaires mélangés, le profil vertical de vitesses se rapproche des profils fluviaux, cependant, dans la partie aval de l'estuaire, l'écoulement résiduel au fond peut être dirigé vers l'amont, si bien que l'eau de mer peut pénétrer dans l'estuaire par le fond de celui-ci.

*** Vitesse résiduelle .-** La vitesse résiduelle en un point de l'estuaire s'exprime par le rapport :

$$\text{vitesse résiduelle} = \frac{\text{vitesse moyenne flot} \times \text{durée flot} + \text{vitesse moyenne jusant} \times \text{durée jusant}}{\text{durée flot} + \text{durée jusant}}$$

Pour définir les caractéristiques du mélange salin d'un estuaire, on fait appel à la notion de nombre d'estuaire **Ne**, caractérisé par l'expression :

$$Ne = \frac{VEO_o \cdot V_o^2}{g d_o Q_f T}$$

où : VEO_o , est le volume oscillant de flot à l'embouchure de l'estuaire (m³) ;

V_o , la vitesse maximum de flot à l'embouchure (m s⁻¹) ;

d_o , la profondeur (m) ;

g , l'accélération de la pesanteur (m s⁻²) ;

Q_f , le débit de la rivière (m³ s⁻¹) ;

et T , la période de la marée (s).

D'une façon générale, si le nombre d'estuaire **Ne** croît, le mélange croît. Le mélange en fonction du nombre d'estuaire est donné dans le tableau No. 1.1.

Ne	Ne < 0,08	0,08 < Ne < 0,50	Ne > 0,50
Mélange	Coin salé	Estuaire stratifié	Estuaire mélangé

Tableau No. 1.1.

Berthois [8], découvre dans l'estuaire de la Loire une masse d'eau salée profonde qui se forme au jusant dans le chenal et qu'il appelle **lentille immobile**. Cette masse d'eau épouse la forme d'une lentille renflée au centre, allongée dans l'axe du chenal ; les eaux superficielles s'écoulent à sa partie supérieure en la chassant peu à peu vers l'aval. Elle disparaît en fin de jusant.

La position et l'importance de la "lentille immobile" sont variables suivant les débits fluviaux et les coefficients de marée.

Grovel [27] détermine l'identité entre la "lentille immobile" de Berthois et le "coin salé" ("two-layered system") de Pritchard ; en outre, il observe que cette "lentille immobile", peut fort bien être animée de mouvements inférieurs à 0,15 m s⁻¹.

Le mélange dans l'estuaire de la Loire, en fonction de la marée et du débit fluvial est le suivant (CSEEL [17]) :

- les eaux sont bien mélangées pour une marée de vives-eaux et un débit d'étiage.
- il y a stratification pour une marée de mortes-eaux et un débit d'étiage.
- il y a très forte stratification ou coin salé pour une marée moyenne avec un fort débit de crue, les eaux douces glissant en surface sur les eaux salées du fond.

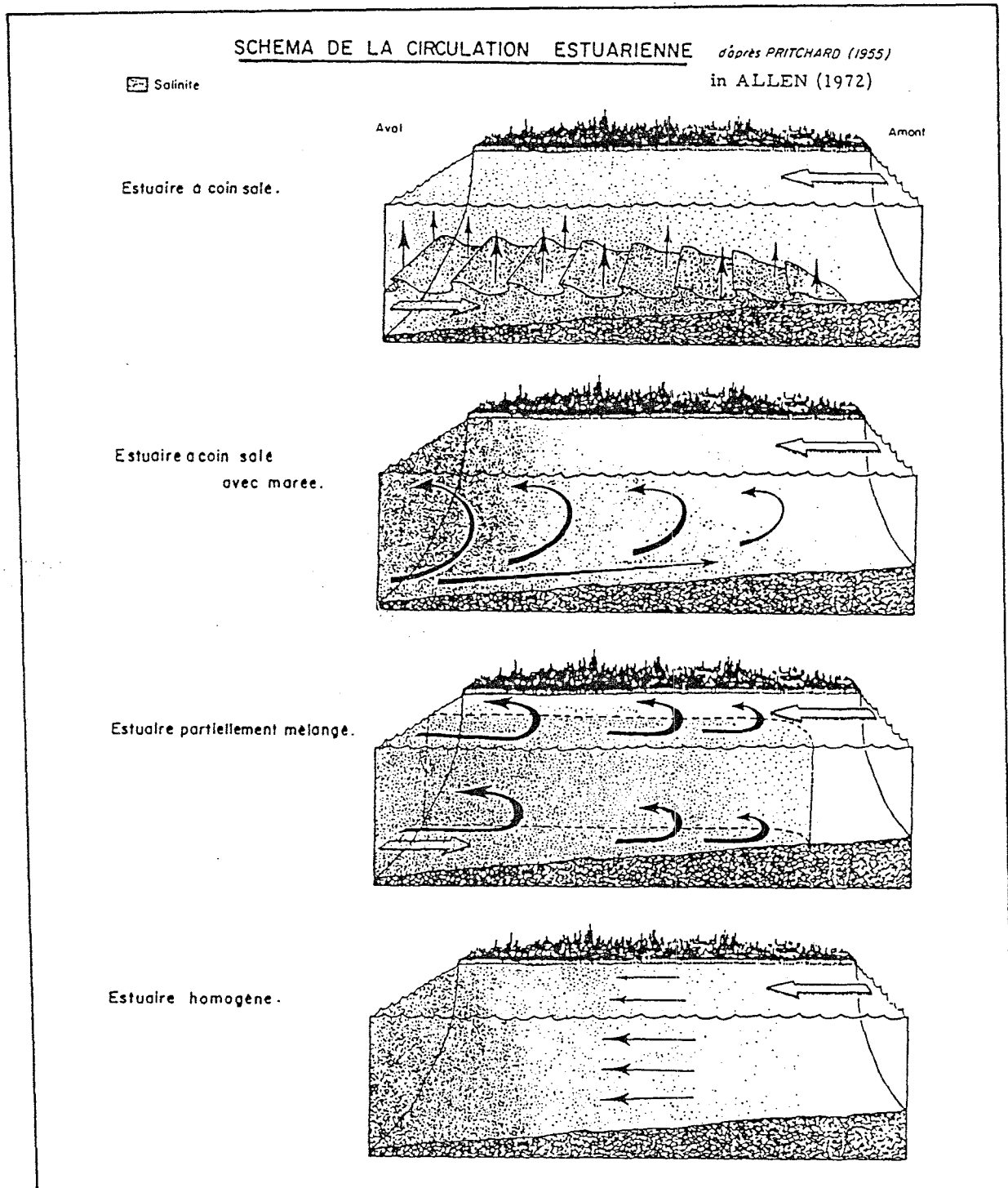


Fig. I.2.- Schéma de la circulation estuarienne (d'après Pritchard [13] in Allen [2]).

1.3.- MOUVEMENTS LIQUIDES DANS LES ESTUAIRES.

La propagation de la marée dans les estuaires est un phénomène complexe. Mis à part les courants engendrés par les différences des masses volumiques existant entre l'eau de mer et l'eau fluviale, l'hydrodynamique des estuaires dépend essentiellement des caractéristiques de la marée à l'embouchure (marnage, période, courbe de marée), du débit fluvial, et de la topographie des estuaires (chenaux, bancs, faible profondeur).

De son côté, la topographie de l'estuaire est modifiée en permanence par les phénomènes de dépôt et d'érosion des matériaux, liés aux facteurs hydrodynamiques.

Par ailleurs, la différence entre la masse volumique de l'eau de mer et celle de l'eau douce du fleuve, engendre un gradient longitudinal de pression, qui modifie la structure des courants dans l'estuaire.

Malgré la multiplicité des paramètres intervenant dans l'hydrodynamique des estuaires, on note que les mouvements liquides dépendent fondamentalement des 4 facteurs suivants :

- a) Morphologie propre de l'estuaire.
- b) Onde de marée à l'aval de l'estuaire.
- c) Apports liquides du fleuve.
- d) Masse volumique de l'eau.

L'étude de l'hydrodynamique d'un estuaire, nécessite donc, la connaissance des 4 facteurs précédents.

1.3.1.- Morphologie des estuaires.

Les estuaires sont des zones basses, de faible relief, de fonds constitués d'une grande épaisseur de sédiments récents, plutôt fins, type limons, arrachés généralement à des vastes plaines et qu'accompagnent de grandes quantités de matières organiques. On trouvera donc, alternant avec les sables ou limons de ces plaines alluviales d'estuaires de nombreuses venues d'argiles ou vases noires organiques (Ottmann [47]).

Les estuaires ont généralement des embouchures uniques, parfois encombrées de bancs de sable, formant un creux sur une ligne de côte.

Le système estuarien est complété par des zones humides associées, qui comprennent toutes formes de transition entre l'espace occupé par l'eau en totalité et de façon permanente, et la terre ferme exondée, hors d'atteinte des eaux estuariennes ou de leur influence directe. Cette définition conduit à y intégrer (Ottmann [47]) :

- quant aux formes extérieures de la végétation : les schorres ou herbues et rosalières et les divers types de marais déterminés selon leur degré et leur durée de submersion ; en absence de végétation on trouve les slikkes ou vasières.
- quant à la morphologie estuarienne : la zone de balancement des marées, les étiers, les anciens bras fluviaux, les îles, les berges ou bourrelets de rives et les zones de remblaiement par alluvions temporairement exondées.

Les zones humides peuvent être ou non alimentées par des petits fleuves côtiers et l'influence de la mer y est variable selon le cas. Certaines sont franchement salées, d'autres ont une eau pratiquement douce ; elles ont alors une grande importance agricole.

On constate que pour une grande quantité d'estuaires la variation de la largeur, et de la section transversale moyenne du canal principal A_x , suit une loi exponentielle décroissante avec la distance à l'embouchure.

$$A_x = A_0 e^{-kx}$$

x , étant la distance en km à l'embouchure, A_0 la section moyenne en m^2 à cet emplacement, et k , un facteur propre à chaque estuaire (km^{-1}).

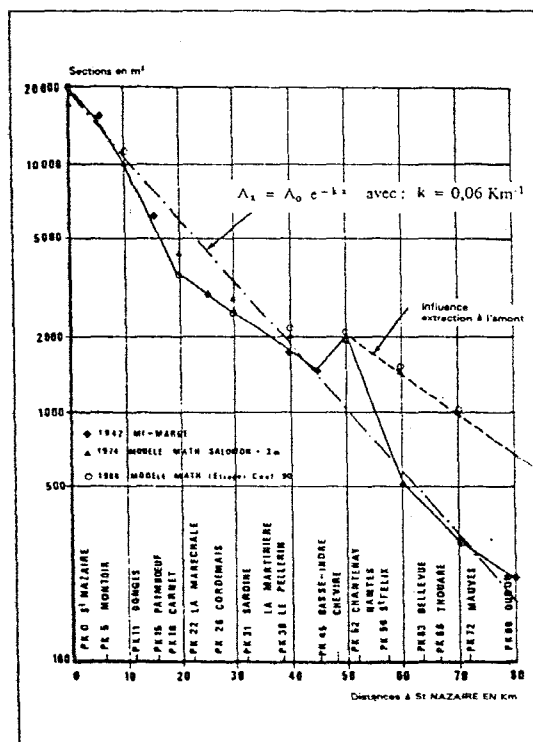


Fig. I.3.- Variations des sections moyennes à mi-marée dans l'estuaire de la Loire (in CSEEL [17]).

Pour l'estuaire de la Loire, la section moyenne à l'embouchure est de 20000 m² et k voisin de 0,06 km⁻¹ (voir Fig. I.3) ; en effet à 10 km de l'embouchure, la section est d'environ 10976 m², et à 60 km la section est d'environ 546 m² (CSEEL [17]).

En général, la variation de la section transversale avec le niveau de la surface libre de l'eau dans l'estuaire, n'est pas négligeable devant la section transversale moyenne. En ingénierie, on utilise l'approche suivante :

$$*** \quad A_{x,\eta} = f(x, \eta_x) \quad (1.1)$$

où : $A_{x,\eta}$, est la section transversale à une distance x de l'embouchure (m²), pour un niveau de la surface libre de l'eau η_x ;
et η_x , le niveau de la surface libre de l'eau (m), à une distance x de l'embouchure.

La largeur de la surface libre de l'eau à une distance x de l'embouchure $L_{x,\eta}$ (m), est donc :

$$*** \quad L_{x,\eta} = \frac{\partial [f(x, \eta_x)]}{\partial z} \quad (1.2)$$

où : z , est la coordonnée verticale (m).

1.3.2.- Onde de marée à l'aval de l'estuaire.

On appelle marée, le mouvement périodique qui effectue le niveau général des mers et des océans et dont la manifestation la plus fréquente est une oscillation d'amplitude très variable et de période de l'ordre de grandeur de la demi-journée ou de la journée (Bonnefille [10]).

L'onde de marée au large de l'estuaire, est une condition de frontière essentielle dans l'étude de l'hydrodynamique des estuaires.

L'étude de la marée n'entre pas dans le cadre de ce travail, on se limite à donner quelques définitions qui sont utiles par la suite.

Marée astronomique.- La marée astronomique est l'onde de marée dont les forces génératrices sont dues exclusivement à l'attraction gravitationnelle des astres (notamment la Lune et le Soleil).

Période de marée.- On appelle période de marée, le temps qui se passe entre deux "basse-mers" (ou deux pleine-mers) consécutives.

Marnage ou amplitude de marée.- On appelle marnage l'amplitude totale de variation du plan d'eau entre la "basse-mer" et la "pleine-mer" suivante.

Courant de marée.- La variation du niveau de l'eau est accompagnée de courants de même période appelés **courants de marée**. On appelle **flot** la période pendant laquelle le courant de marée s'écoule dans le même sens que la direction de propagation de l'onde de marée ; la période complémentaire s'appelant **jusant**.

Coefficient de marée.- Le coefficient de marée **CM**, caractérise la variation dans le temps de l'amplitude de la marée, il est défini par :

$$C.M. = \frac{100 \times \text{Amplitude de marée à Brest}}{\text{Amplitude de marée de VE moyenne d'équinoxe à Brest}}$$

Le coefficient de marée varie de 120 en vive-eau (VE) maximale, 100 en VE moyenne d'équinoxe, 70 en marée moyenne, 45 en morte-eau (ME) moyenne et 25 en très faible ME.

Unité de hauteur du lieu.- On appelle unité de hauteur du lieu **U**, la demi-amplitude de VE moyenne d'équinoxe d'un port. Pour le port de St. Nazaire : $U = 2,65$ m.

Si l'on considère que l'onde de marée est sinusoïdale, le niveau η dans un lieu rattaché à Brest, à un instant **t**, est donné par :

$$*** \quad \eta(t) = \eta_0 + \frac{CM}{100} U \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (1.3)$$

où : η_0 , est le niveau moyen de la mer (m) ;

T, le période de marée (s)

et t, le temps ; $t = 0$, correspond à l'instant de flot, où le niveau η est égal à η_0 .

Classification des marées.

- a) **Marée semi-diurne.** La période dite semi-diurne lunaire vaut en moyenne 12 h 24 min, c'est-à-dire la moitié de la durée qui sépare 2 passages consécutifs de la Lune au méridien du lieu. L'amplitude de la marée est modulée avec une périodicité de 14,5 jours correspondant à une demi-lunaison. Le marnage est maximal au moment de la pleine ou de la nouvelle Lune, c'est la **vive-eau** ; il est minimal au premier ou dernier quartier lunaire, c'est la **morte-eau** ; le revif et le déchet séparent ces deux périodes. Le marnage de vive-eau et de morte-eau, varie au cours de l'année.
- b) **Marée diurne.** La période de la marée diurne est de 24 h 48 min ; le marnage est modulé suivant l'âge de la Lune.

c) **Marée mixte.** Il s'agit d'une combinaison des marées semi-diurne et diurne, toutes deux modulées mensuellement ou bimensuellement, ce qui conduit à des lois de variation du niveau de l'eau très compliquées.

En France, le Service Hydrographique de la Marine, publie des annuaires de prévision du coefficient de marée pour les différents sites de la côte atlantique française.

A l'embouchure de la Loire, la marée est du type semi-diurne (période 44640 s) et le marnage correspondant à un coefficient 100 est de 5,30 m.

1.3.3.- Apports liquides du fleuve.

Les méthodes actuelles servant à prévoir les débits fluviaux, sont basés sur l'analyse statistique d'une grande quantité de mesures faites dans le site pendant plusieurs années.

Un analyse statistique de ce type, permet de déterminer le débit moyen annuel (ou module moyen), la répartition de modules par mois et les débits probabilistiques maximums associés aux différents temps de récurrence.

Dans la Loire à Montjean [17], le module moyen est de $825 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. La répartition des modules moyens par mois, fait apparaître un maximum d'apport de Décembre à Avril et un minimum de Août à Septembre (Fig. I.4).

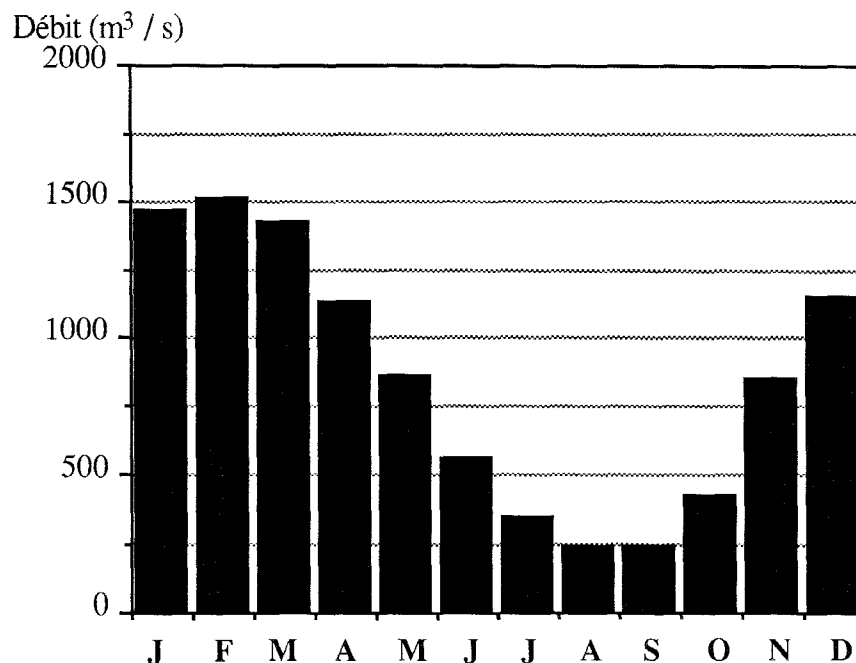


Fig. I.4.- Répartition des modules moyens par mois dans la Loire à Montjean.

Dans le tableau No. 1.2, sont donnés les débits au dessus desquels le débit fluvial de la Loire se maintient, annuellement, pendant : 10 jours (DCM) ; 1 mois (DC1) ; 3 mois (DC3) ; 6 mois (DC6); 9 mois (DC9) et 355 jours (DCE).

L'étude de la répartition des débits journaliers de la Loire à Montjean, au cours du dernier siècle, montre que le débit maximum peut atteindre 1 jour tous les 100 ans $7700 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, $6600 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ tous les 10 ans et $5200 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ tous les ans. De même, on constate que les débits minimaux d'étiage atteignent 1 jour par an $77 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, 1 jour tous les 10 ans $60 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ et 1 jour tous les 100 ans $50 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

Probabilité	DCM	DC 1	DC 3	DC 6	DC 9	DCE	Module
Débits (m^3 / s)	2970	2040	1120	565	296	117	825

Tableau No. 1.2.- Débits probabilistiques de la Loire à Montjean (in CSEEL [17]).

1.3.4.- Masse volumique de l'eau dans les estuaires.

La masse volumique de l'eau dans les estuaires varie avec la concentration en matières en suspension (MES), la salinité et la température. Dans ce travail, on fait appel à une approximation utilisée en ingénierie pour trouver la masse volumique en fonction de ces trois variables d'état (Linder [42] in Abraham [1]).

Pour la présentation de cette approximation, on procède d'abord, à définir la salinité et la teneur en chlore.

S (salinité) : c'est la quantité totale des sels dissous en grammes par kg d'eau (‰).

Cl^- (teneur en chlore) : c'est la quantité totale des ions chlore⁻, en grammes par kg d'eau (‰).

Pour des valeurs suffisamment grandes de S et Cl^- , on a :

$$\text{Cl}^- = \frac{S - 0,03}{1,805}$$

La masse volumique, en fonction de la teneur en chlore et de la température, est donnée par :

$$\rho_{\text{Cl}^-, \theta} = \rho_{0,4^\circ\text{C}} + 1,455 \text{ Cl}^- - 0,0065 \left(\theta - 4 + 0,4 \cdot \text{Cl}^- \right)^2$$

où : $\rho_{Cl^-, \theta}$, est la masse volumique de l'eau en fonction de la teneur en chlore et de la température (kg m^{-3});

$\rho_{0\ 4^\circ\text{C}}$, est la masse volumique de l'eau claire à 4°C ($1000\ \text{kg m}^{-3}$);

et θ , la température ($^\circ\text{C}$).

D'autre part, la masse volumique en fonction des matières en suspension est donnée par :

$$\rho_{\text{MES}} = C_{\text{MES}} + \left(1 - \frac{C_{\text{MES}}}{\rho_s} \right) \rho_f$$

où : ρ_{MES} , est la masse volumique en fonction des MES (kg m^{-3});

C_{MES} , la concentration en MES (kg m^{-3});

ρ_s , la masse volumique des MES (kg m^{-3});

et ρ_f , la masse volumique de la phase fluide (kg m^{-3}).

Finalement, l'expression qui permet de trouver la masse volumique en fonction de la teneur en chlore, de la température, et de la concentration en matières en suspension, est :

$$*** \rho = C_{\text{MES}} + \left(1 - \frac{C_{\text{MES}}}{\rho_s} \right) \left(\rho_{0\ 4^\circ\text{C}} + 1,455\ \text{Cl}^- - 0,0065 (\theta - 4 + 0,4 \cdot \text{Cl}^-)^2 \right) \quad (1.4)$$

avec :

$$\text{Cl}^- = \frac{S - 0,03}{1,805} \quad \text{pour : } S > 0,03$$

$$\text{Cl}^- = 0,0 \quad \text{pour : } S < 0,03$$

1.4.- COURBES DE MAREE ET DE COURANT.

L'étude de la propagation de la marée dans les estuaires est fait à partir de courbes suivantes :

Courbe locale de marée. On appelle courbe locale de marée en un point, la courbe qui représente les variations du niveau des eaux en fonction du temps au point considéré, pour un marnage donné en mer ouverte et pour un débit du fleuve donné (Fig I.5).

Profil instantané de la marée. On appelle profil instantané de la marée, la surface libre de l'onde de marée le long de l'estuaire à un instant donnée, pour un marnage donné en mer ouverte et pour un débit fluvial donné (Fig I.6).

Lieu géométrique des hautes et des basses mers. On appelle lieu géométrique des hautes (ou des basses) mers, la suite des points les plus hauts (ou les plus bas) que la marée atteint le long de l'estuaire à quelque instant que ce soit, pour un marnage en mer ouverte et pour un débit du fleuve donné (Fig I.7 et Fig. I.8) .

Profil instantané de vitesses. On appelle profil instantané de vitesses, la courbe reliant les vecteurs de vitesse le long de l'estuaire à un instant donnée, pour un marnage donné en mer ouverte et pour un débit fluvial donné.

Courbe de répartition des vitesses maximales. On appelle courbe de répartition des vitesses maximales, la courbe reliant les vecteurs des vitesses maximales qui se présentent sur un cycle de marée, le long de l'estuaire, pour un marnage en mer ouverte et pour un débit du fleuve donné (Fig I.9).

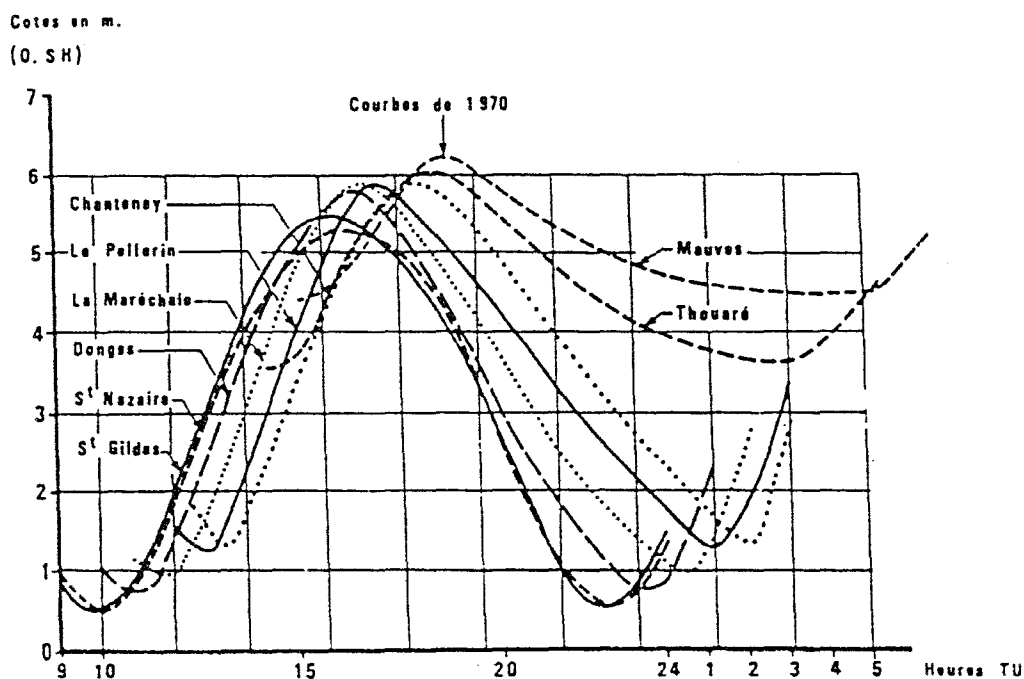


Fig. I.5.- Courbes locales de marée dans la Loire pour un coefficient de marée 95 en étiage, 1970 (in CSEEL [17]).

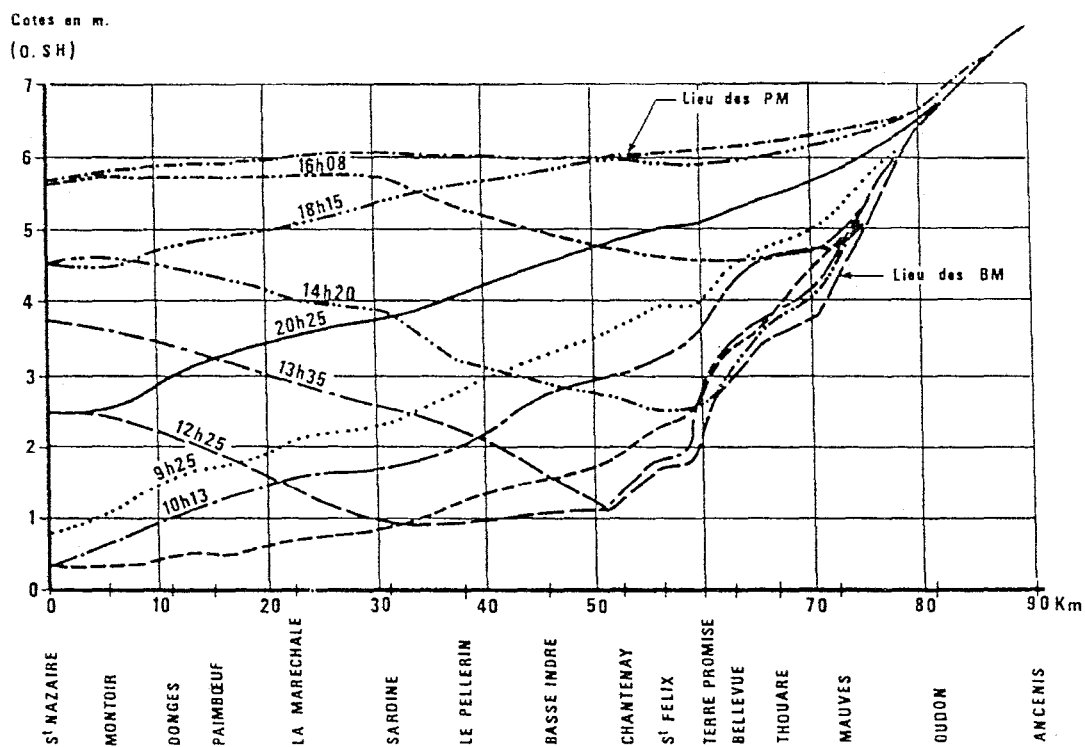


Fig. I.6.- Profils instantanés de marée de vives-eaux en étiage, 1970 (in CSEEL [17]).

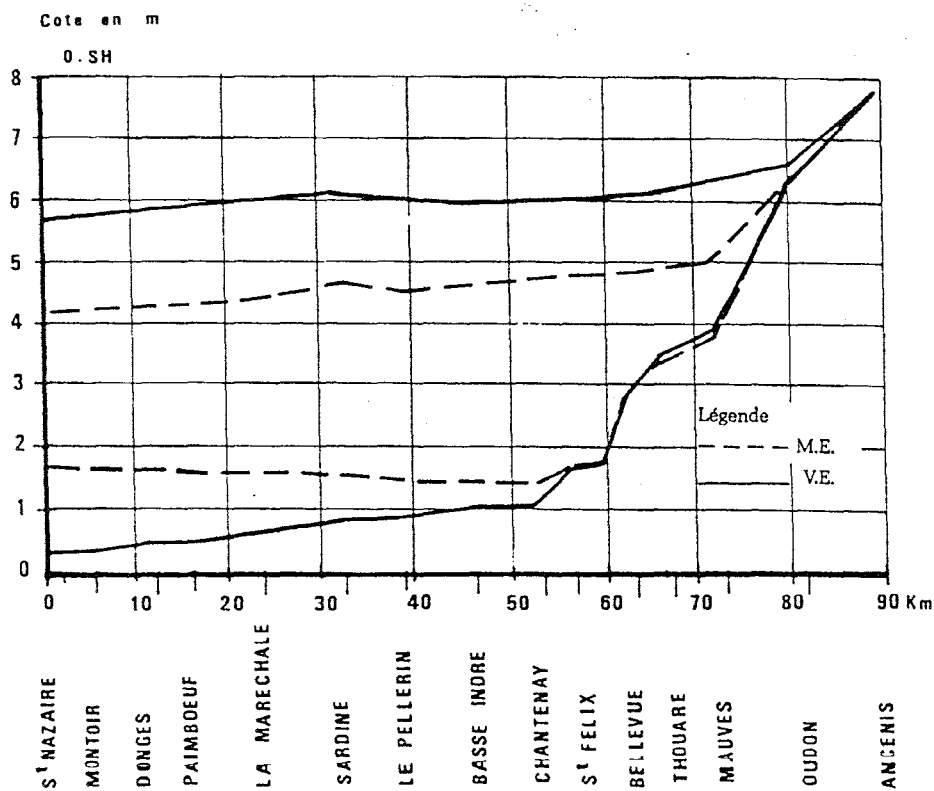


Fig. I.7.- Variation des lieux géométriques de BM et PM en vives-eaux et mortes-eaux en étiage, 1971 (in CSEEL [17]).

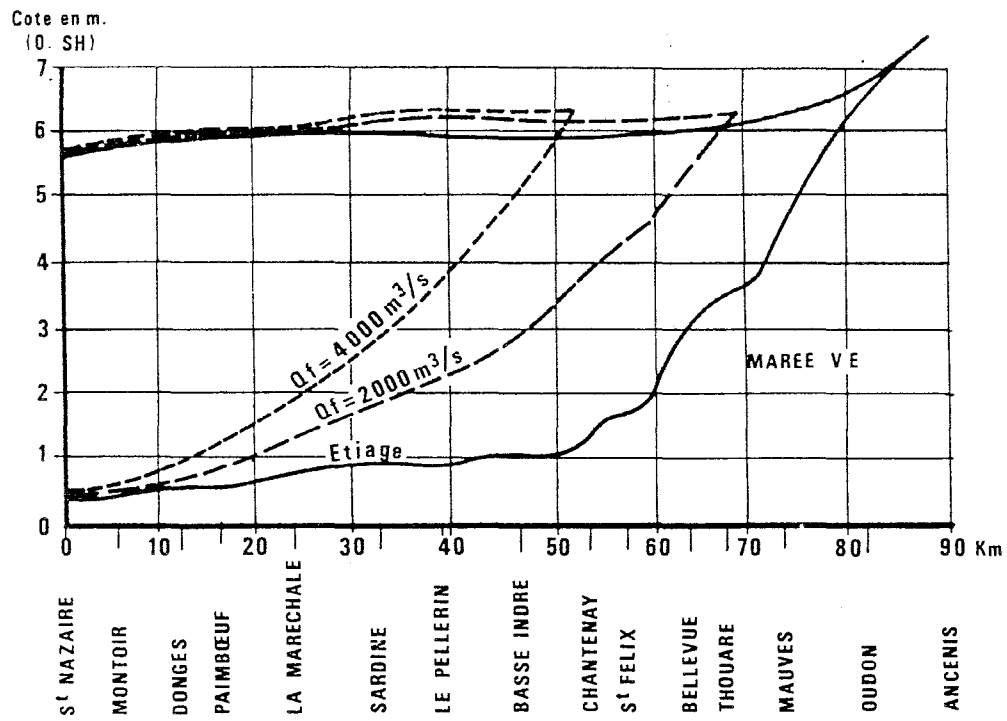


Fig. I.8.- Variation des lieux géométriques de BM et PM en vives-eaux, en fonction du débit de la Loire, 1976 (in CSEEL [17]).

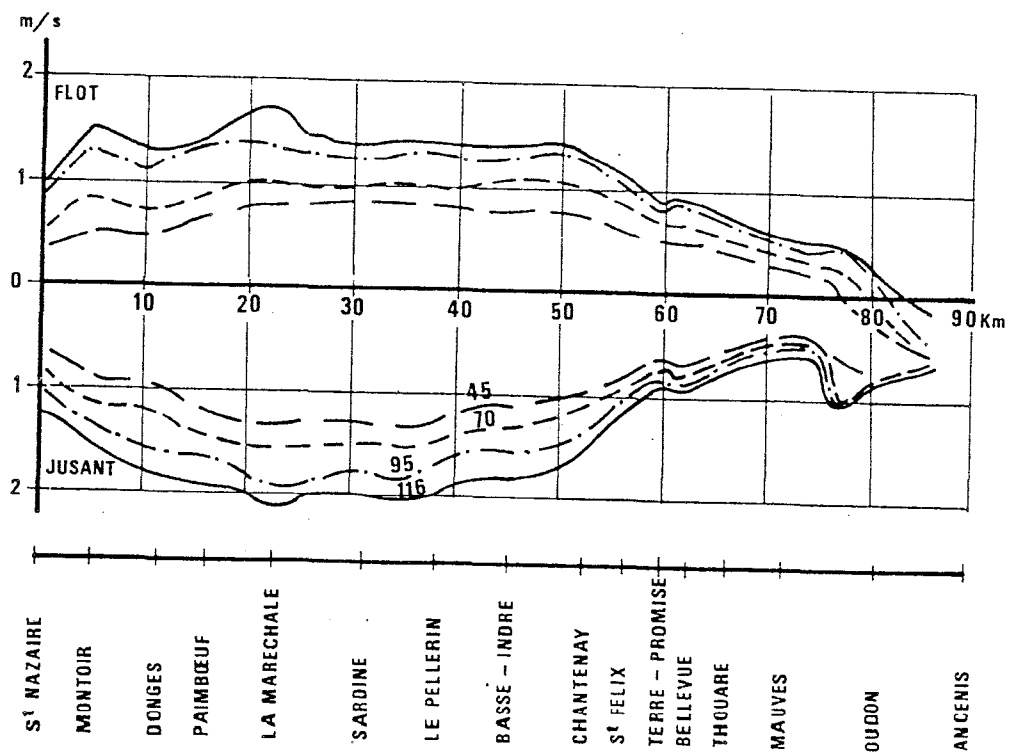


Fig. I.9.- Répartition des vitesses maximales de surface en étiage, 1976 (in CSEEL [17]).

1.5.- HYDRODYNAMIQUE DES ESTUAIRES.

1.5.1.- Equations de mouvement.

L'équilibre entre les forces normales, tangentielles et gravitationnelles exercées sur une particule fluide de masse fixe Δm (Fig. I.10), conduit aux équations de mouvement suivantes :

$$\rho a_x = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (1.5) I$$

$$\rho a_y = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (1.5) II$$

$$\rho a_z = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \quad (1.5) III$$

ou : σ , est la tension normale sur Δm (Pa) ;

τ , la tension de cisaillement sur Δm (Pa) ;

ρ , la masse volumique du fluide (kg m^{-3}) ;

x , y , et z , les coordonnées cartésiennes (m) ;

a_x , a_y , et a_z , les accélérations dans les directions x, y, z (m s^{-2}) ;

et g , l'accélération de la pesanteur (m s^{-2}), dont les composantes sont données par :

$$g = i g_x + j g_y + k g_z$$

où : i , j , k , sont des vecteurs unitaires dirigés dans la direction positive des axes x , y , z .

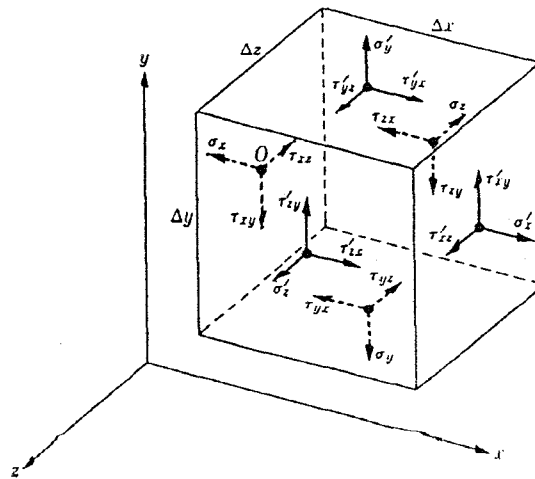


Fig. I.10.- Forces sur les faces d'un élément matériel.

L'indice de la tension normale, indique la direction de celle-ci. La convention des indices pour les composantes de la tension de cisaillement est la suivante : le premier indice dénote la direction de la normale au plan sur lequel agit la tension ; et le deuxième indice correspond à la direction dans laquelle agit la tension de cisaillement.

Les équations (1.5) sont générales, elles s'appliquent à tous les fluides de masse volumique constante affectés par l'accélération de la pesanteur.

1.5.2.- Champ d'accélérations.

Pour déterminer le champ d'accélérations des particules fluides, on utilise la méthode d'Euler. Dans cette méthode les vitesses sont fonctions variables dans l'espace et dans le temps et le champ des vitesses \mathbf{q} , est donné par :

$$\mathbf{q} = \mathbf{i} u + \mathbf{j} v + \mathbf{k} w$$

avec :

$$u = f_1 (x, y, z, t)$$

$$v = f_2 (x, y, z, t)$$

$$w = f_3 (x, y, z, t)$$

ou : u, v, w , sont les vitesses dans les directions x, y, z (m s^{-1}) ;
et t , est le temps (s).

Le changement de la vitesse dans la direction x , au voisinage d'un point, est :

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (1.6)$$

Lorsque une particule donnée, subit un petit déplacement au voisinage de ce point pendant un temps dt , les composantes de la distance parcourue sont :

$$dx = u dt$$

$$dy = v dt$$

$$dz = w dt$$

En remplaçant ces valeurs dans l'équation (1.6), on obtient l'accélération dans la direction x , à savoir :

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.7)^I$$

analogiquement, pour les directions **y** et **z**, on obtient :

$$a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1.7) \text{ II}$$

$$a_z = \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.7) \text{ III}$$

1.5.3.- Le mécanisme de la circulation gravitationnelle.

Dans ce qui suit, on explique le mécanisme de la circulation gravitationnelle pour des écoulements à surface libre, en supposant une homogénéité verticale du fluide.

Si le vecteur de l'accélération de la pesanteur coïncide avec l'axe **z**, la pression hydrostatique dans un point situé au niveau **z**, est égale au poids de l'eau par unité de surface horizontale, au-dessus de ce point. La pression hydrostatique augmente en fonction de la profondeur et de la masse volumique de l'eau selon la formule suivante :

$$p = \bar{\rho} \, g \, (\eta - z)$$

où : **p**, est la pression hydrostatique (Pa) ;

η, le niveau de la surface libre de l'eau (m) ;

et **$\bar{\rho}$** , la densité moyenne du fluide sur une verticale (kg m^{-3}).

En prenant en compte que **$\bar{\rho}$** et **η** ne varient qu'avec **x** et **y** on obtient :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = (\eta - z) \, g \, \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + \bar{\rho} \, g \, \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (1.8) \text{ I}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = (\eta - z) \, g \, \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} + \bar{\rho} \, g \, \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (1.8) \text{ II}$$

Le premier terme après le signe égal des équations (1.8), donne le gradient longitudinal de pression provoqué par le gradient longitudinal de masse volumique ; le deuxième membre correspond au gradient longitudinal de pression issu de la pente de la surface libre de l'eau.

1.5.4.- L'accélération de Coriolis.

L'accélération de Coriolis est l'accélération tangentielle sur la surface de la terre liée à la rotation terrestre.

Dans l'étude du mouvement d'un fluide affecté par la force de Coriolis, on utilise deux repères : le premier est un repère fixe par rapport aux étoiles apparemment fixes de l'univers, il est localisé sur la surface de la terre à une latitude ϕ ; le deuxième repère est localisé dans un point de latitude ϕ sur la surface de la terre.

Dans le deuxième repère, La surface de la terre est représentée par le plan xy (plan tangent à la surface terrestre), et z est dirigée dans la direction 'verticale'.

Dans la pratique la composante de l'accélération centrifuge liée à la rotation terrestre est assimilée à l'accélération de la pesanteur pour obtenir une "accélération de la pesanteur équivalente", laquelle est déterminée par observation ; dans ce travail g dénote cette accélération.

Si pour l'hémisphère nord de la terre, l'axe x est orienté vers l'est et l'axe y vers le nord, les composantes de l'accélération de Coriolis sur le plan xy sont :

$$a_{1x} = \frac{du_2}{dt} - (2 \Omega \sin \phi) v_2 \quad (1.9)^I$$

$$a_{1y} = \frac{dv_2}{dt} + (2 \Omega \sin \phi) u_2 \quad (1.9)^{II}$$

où : Ω , est la vitesse de rotation de la terre (rad s^{-1}) ;

ϕ , la latitude (rad) ;

L'indice 1, correspond au repère fixe par rapport aux étoiles de l'univers, et l'indice 2, correspond au repère en mouvement.

La vitesse de rotation de la terre est de $0,73 \cdot 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$. Dans la pratique on observe que l'importance de l'accélération de Coriolis se fait sentir dans un estuaire dès que sa largeur est supérieure à 1000 m.

1.5.5.- Ecoulement à surface libre en régime stationnaire.

L'application des équations de mouvement (1.5), dans l'étude de l'écoulement dans la direction x d'un fluide homogène à surface libre, en régime turbulent, permanent et uniforme, conduit à :

$$\tau_{zx} = -\rho g (\eta - z) \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

Laquelle est une relation linéaire pour la tension de cisaillement. Ainsi, pour un écoulement de ce type (de même que pour un écoulement laminaire), la variation de la tension de cisaillement est linéaire, par rapport à la coordonnée verticale.

La tension de cisaillement en surface est :

$$\tau_{zx}(z = \eta) = 0,0$$

et la tension de cisaillement sur le fond ($z = z_0$) :

$$\tau_{0zx} = \rho g H S \quad (1.10)$$

avec :

$$S = - \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

et :

$$H = \eta - z_0$$

où : τ_{0zx} , est la tension de cisaillement au fond (Pa) ;

S est la pente de la surface libre de l'eau ;

et H , le tirant d'eau (m).

1.5.6.- Lois de frottement.

La plupart des études portant sur les écoulements à surface libre en rivières et canaux sont traités comme des problèmes monodimensionnels, et l'on utilise la vitesse moyenne sur une section transversale, \bar{U} , pour caractériser le déplacement de la masse d'eau.

La formulation faite par Chezy en 1769, valable pour les écoulements à surface libre en régime permanent et uniforme, a montré son utilité sur un grand nombre de cas étudiés.

$$\bar{U} = C \sqrt{R S}$$

où : C , est le coefficient de frottement de Chezy ($m^{1/2} s^{-1}$) ;

et R , le rayon hydraulique de la section (m).

Pour un écoulement complètement rugueux, le coefficient de Chezy est fonction de la rugosité du fond et de la géométrie de la section transversale.

En 1889, Manning propose une autre formule, qui est complétée par Strickler en 1923.

$$\bar{U} = K R^{2/3} S^{1/2} \quad (1.11)$$

où : K , est le coefficient de Strickler ($m^{1/3} s^{-1}$).

Si l'on compare la formule de Manning-Strickler avec celle de Chezy, on observe que :

$$C = R^{1/6} K$$

Cette équation a été déduite à partir d'essais réalisés en canaux à rugosités et sections transversales variables dans des conditions d'écoulement complètement rugueux. Dans ces conditions **K** est une constante pour chaque type de surface. Dans le tableau No. 1.3 sont données quelques valeurs de **K** en fonction de la nature du fond.

En combinant (1.10) et (1.11), et en remplaçant le rayon hydraulique **R** par la profondeur moyenne **H**, on obtient :

$$\tau_{o\,zx} = C_f \, \bar{\rho} \, \frac{\bar{U} \, |\bar{U}|}{2} \tag{1.12}$$

avec :

$$C_f = \frac{2 \, g}{H^{1/3} K^2}$$

où : C_f , est un coefficient de frottement adimensionnel.

La linéarité de la tension de cisaillement par rapport à la coordonnée verticale conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = - \bar{\rho} \, g \, \frac{\bar{U} \, |\bar{U}|}{H^{4/3} K^2} \tag{1.13}$$

1.5.7.- Equation de mouvement pour les estuaires.

Les équations de Chezy et de Manning-Strickler, qui ont été déduites pour des écoulements en régime uniforme et permanent, sont valables aussi bien pour ces derniers que pour les écoulements graduellement variés en estuaires, rivières et canaux.

Matériau	K
Gros blocs	20,0
Galets	28,5
Gros Gravier	33,3
Gravier	40,0
Gravier fin	50,0
Sable fin	50,0
Vase	50,0

Tableau No. 1.3.- Coefficients de rugosité de Strickler en fonction de la nature du fond.

Ainsi, en remplaçant \mathbf{u} par $\bar{\mathbf{U}}$ et σ par \mathbf{p} , à partir des équations (1.5), (1.7), (1.8) et (1.13) on obtient l'équation monodimensionnelle de mouvement suivante :

$$*** \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{U}} \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial \mathbf{x}} = -g \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}} - \frac{1}{\rho} \mathbf{H} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \mathbf{x}} - g \frac{\bar{\mathbf{U}} |\bar{\mathbf{U}}|}{\mathbf{H}^{4/3} \mathbf{K}^2} \quad (1.14)$$

Pour les écoulements bidimensionnels introduisant de l'accélération de Coriolis, si le frottement est donné exclusivement en fonction de la rugosité du fond par l'équation de Manning-Strickler, on a :

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{U}} \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial \mathbf{x}} + \bar{\mathbf{V}} \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial \mathbf{y}} = -g \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}} - \frac{1}{\rho} \mathbf{H} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \mathbf{x}} - g \frac{\bar{\mathbf{U}} \sqrt{\bar{\mathbf{U}}^2 + \bar{\mathbf{V}}^2}}{\mathbf{H}^{4/3} \mathbf{K}^2} + 2 \Omega \sin \phi \bar{\mathbf{V}} \quad (1.15)^I$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{U}} \frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial \mathbf{x}} + \bar{\mathbf{V}} \frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial \mathbf{y}} = -g \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{y}} - \frac{1}{\rho} \mathbf{H} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \mathbf{y}} - g \frac{\bar{\mathbf{V}} \sqrt{\bar{\mathbf{U}}^2 + \bar{\mathbf{V}}^2}}{\mathbf{H}^{4/3} \mathbf{K}^2} - 2 \Omega \sin \phi \bar{\mathbf{U}} \quad (1.15)^{II}$$

Les équations (1.14) et (1.15), sont valables pour les estuaires à condition que le profil vertical des vitesses se rapproche des profils fluviaux.

Les équations de mouvement précédentes ont été utilisées avec succès pour l'étude de l'hydrodynamique d'un grand nombre d'estuaires (Ippen [31] et Larras [37]), notamment dans les estuaires de la Seine et de la Loire (Salomon [59]). Larras, note que pour une même nature de matériau, le fond des estuaires semble être hydrauliquement plus "rugueux" que celui des fleuves et des rivières ; les rugosités calculées diffèrent du simple au double selon le cas étudié.

1.5.8.- Equations de continuité.

La conservation de la masse dans les fluides incompressibles conduit à l'équation de continuité tridimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.16)^I$$

Pour les écoulements bidimensionnels à surface libre, l'équation de continuité est :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{U}} \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{V}} \mathbf{H}}{\partial \mathbf{y}} = 0 \quad (1.16)^{II}$$

et, pour les écoulements monodimensionnels à surface libre, dans un estuaire à section transversale \mathbf{A} , et largeur de la surface libre de l'eau \mathbf{L} , variables, l'équation de continuité se transforme en :

$$*** \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\mathbf{L}} \frac{\partial \mathbf{A} \bar{\mathbf{U}}}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (1.16)^{III}$$

1.6.- PROCESSUS DE MELANGE EN ESTUAIRES.

1.6.1.- Processus de diffusion.

Les processus fondamentaux de transfert associés au mouvement d'un fluide sont :

- les transferts de la quantité de mouvement ;
- les transferts de chaleur ;
- les transferts de masse.

Chacun de ces processus est associé avec une loi physique, formulée comme résultat de l'observation et de l'expérience. Les liens entre les processus et les lois sont donnés dans le tableau No. 1.4.

Processus	Loi
Transfert de la quantité de mouvement Transfert de chaleur Transfert de masse	Deuxième loi de Newton Conservation de l'énergie Conservation de la masse

Tableau No. 1.4.- Lois associées aux processus de transfert.

La loi générale qui gouverne ces trois processus est écrite comme suit :

$$\frac{\frac{d\beta}{dt}}{\text{unité de surface}} = k \frac{d\beta}{ds} \quad (1.21)$$

où :

$$\frac{d\beta}{dt} \text{ par unité de surface} \quad \text{-- Transfert, par unité de temps } t, \text{ de la quantité } \beta, \text{ par unité de surface normale à la direction du transfert.}$$

k -- Constante de diffusivité.

$$\frac{d\beta}{ds} \quad \text{-- Gradient de } \beta, \text{ par unité de volume du fluide } \vartheta, \text{ dans la direction } s \text{ du transfert.}$$

A la place de β , on peut mettre la quantité de mouvement, la chaleur ou la masse.

1.6.1.1.- Transfert de la quantité de mouvement.

Dans le cas de transfert de la quantité de mouvement dans la direction z , pour un fluide s'écoulant dans la direction x , les variables de l'équation (1.21) se transforment en :

$s = z =$ direction du gradient de la quantité de mouvement

$\beta =$ quantité de mouvement $= \Delta m u$

où : u , est la vitesse locale ($m s^{-1}$) ;

et Δm , la masse d'une particule fluide (kg).

L'application de la loi générale de transfert (1.21) dans le problème de transfert de la quantité de mouvement conduit à :

$$\frac{d(\Delta m u)}{dt} \frac{1}{\Delta x \Delta y} = \tau_{zx} = k \frac{d}{dz} \left(\frac{\Delta m u}{\Delta \vartheta} \right) \quad (1.22)$$

où : $\Delta \vartheta$, est le volume de la particule fluide (m^3) ;

et τ_{zx} , la tension de cisaillement (Pa).

Pour un fluide essentiellement homogène la dernière équation devient :

$$\tau_{zx} = \rho k \frac{du}{dz} \quad (1.23)$$

D'autre part, la tension de cisaillement pour un fluide newtonien est donnée par :

$$\tau_{zx} = \rho \nu \frac{du}{dz} \quad (1.24)$$

Si l'on compare les équations (1.23) et (1.24), on observe que la constante de diffusivité k , dans le cas de transfert de quantité de mouvement, correspond à la viscosité cinématique du fluide ν .

1.6.1.2.- Transfert de chaleur.

La quantité de chaleur, dans un élément de masse Δm , est définie par :

$$\beta = \text{quantité de chaleur} = Q = \Delta m c_p T \text{ (kcal)}$$

où : c_p , est la chaleur spécifique du fluide ($kcal kg^{-1} ^\circ K^{-1}$) ;

et T , la température ($^\circ K$).

Si le transfert de chaleur est dans la direction z , l'équation (1.21), conduit à :

$$\frac{dQ}{dt} \frac{1}{\Delta x \Delta y} = q_{Hz} = -k \frac{d}{dz} \left[\frac{\Delta m c_p T}{\Delta \vartheta} \right] \quad (1.25)$$

où : q_{Hz} , est la quantité de chaleur transférée par unité de temps à travers de l'unité de surface normale à la direction du transfert ($\text{kcal s}^{-1} \text{m}^{-2}$).

Le signe négatif, dans l'équation (1.25) indique que le transfert de chaleur se produit dans la direction décroissante de la température.

Si ρ et c_p sont essentiellement constants, alors :

$$q_{Hz} = - \rho c_p k \frac{dT}{dz} \quad (1.26)$$

Dans ce cas, la constante de diffusivité k , se transforme en diffusivité thermique α ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

1.6.1.3.- Transfert de masse.

La quantité de masse dissoute dans un fluide est donnée par :

$$\beta = \text{masse dissoute} = \Delta m C_A / \rho$$

où : C_A , est la concentration (kg m^{-3}), définie comme la masse de substance dissoute par unité de volume du fluide.

Si le transfert de masse se produit dans la direction z , l'application de la loi générale de transfert donne :

$$\frac{d(\Delta m C_A / \rho)}{dt} \frac{1}{\Delta x \Delta y} = j_{Az} = -k \frac{d}{dz} \left[\frac{\Delta m C_A / \rho}{\Delta \vartheta} \right] \quad (1.27)$$

où : j_{Az} , est la dérivée par rapport au temps du transfert de masse par unité de surface normale à la direction du transfert ($\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$).

Si la concentration est faible et la masse volumique du fluide essentiellement constante, on a :

$$j_{Az} = -k \frac{dC_A}{dz} \quad (1.28)$$

D'autre part, la première loi de Fick [20] pour la diffusion de la masse est donnée par :

$$j_{Az} = - D \frac{dC_A}{dz} \quad (1.29)$$

où : D , est le coefficient de diffusivité moléculaire de masse ($m^2 s^{-1}$).

Si on observe les équations (1.28) et (1.29), on s'aperçoit que dans le cas de transfert de masse, la diffusivité k se transforme en coefficient de diffusivité moléculaire de masse D .

L'étude du processus de diffusivité de masse introduit la concentration comme variable, ceci requiert que l'équation de conservation de masse soit reformulée pour un fluide non-homogène.

1.6.2.- Diffusion turbulente de la masse.

L'explication de Prandtl [53] pour la diffusion turbulente de chaleur peut être étendue pour la masse, ainsi, on peut dire : "La diffusion turbulente occasionne un transport de masse dans le sens de la plus grande chute de la concentration, qui est dû au fait que, dans le mouvement de mélange turbulent, les balles fluides provenant du côté de plus forte concentration transportent plus de masse que celles qui viennent du côté de concentration plus faible".

Dans le cas d'écoulements turbulents, le flux de masse par unité de surface est donné par la somme du transport moléculaire ajouté au transport diffusif.

En analogie avec la première loi de Fick (équation (1.29)), on suppose que le flux turbulent est proportionnel au gradient de la concentration moyenne, \bar{C}_A . Le flux de masse est donc :

$$j_{Ax} = - D \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} - E_x \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x}$$

$$j_{Ay} = - D \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} - E_y \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y}$$

$$j_{Az} = - D \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z} - E_z \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z}$$

Les coefficients E_x , E_y , et E_z , sont les coefficients de diffusion turbulente. Seulement dans le cas de turbulence isotrope, ils sont les mêmes pour les trois directions principales.

Des mesures de la diffusion de masse pour des processus de mélange turbulents, ont montré que le rapport de la viscosité cinématique turbulente sur le coefficient de diffusion turbulente de masse, a une valeur numérique autour de 0,7 ; ce qui indique, qu'en flux turbulent, la diffusion de la masse a lieu à une vitesse plus forte que la diffusion turbulente de la quantité de mouvement.

1.6.3.- Diffusion dans un système binaire.

Un système binaire est formé de deux composantes **A** et **B**. Si on s'intéresse au mélange d'eau douce avec de l'eau saline, le sel peut être la composante **A** et l'eau douce la composante **B**. Si le problème est le transport de sédiments, les matières en suspension forment la composante **A**, l'eau étant la composante **B**.

Par la suite, on définit quelques propriétés de fluides propres d'un système binaire. D'abord, la concentration des phases **A** et **B** est donnée respectivement par :

$$\bar{C}_A = \frac{\text{masse de la composante A}}{\text{volume du mélange A et B}}$$

$$\bar{C}_B = \frac{\text{masse de la composante B}}{\text{volume du mélange A et B}}$$

La masse volumique du système binaire est :

$$\bar{\rho} = \bar{C}_A + \bar{C}_B$$

Si les vecteurs vitesse sont connus, et si la concentration de la phase **A** est nettement inférieure à la concentration de la phase **B**, l'équation tridimensionnelle de conservation de masse, formulée pour la composante **A**, est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z} = D \left[\frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial z^2} \right] + \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[E_x \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[E_y \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[E_z \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z} \right] + r_A \end{aligned} \quad (1.30)$$

où : r_A , représente les sources et les puits de la composante **A**.

Le coefficient de diffusion turbulente est d'un ordre de grandeur beaucoup plus élevé que le coefficient de diffusion moléculaire. Par conséquent, à moins qu'on ne traite de problèmes au voisinage d'une frontière solide (où la turbulence est amortie) on peut négliger la diffusion moléculaire.

1.6.4.- Dispersion pour un mouvement unidimensionnel.

L'équation tridimensionnelle de diffusion (1.30), est extrêmement difficile à résoudre, même lorsque l'on néglige la diffusion moléculaire ; ceci est dû à la variabilité des vecteurs vitesse et des coefficients de diffusion.

Un grand nombre de problèmes unidirectionnels, peuvent être traités en considérant que le mouvement est unidimensionnel dans une région de section transversale constante. Dans ces conditions, l'équation (1.30) se transforme en :

$$\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_x \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} \right] + r_A \quad (1.31)$$

Le mouvement convectif moyen du fluide est représenté par une vitesse moyenne, \bar{U} (le débit divisé par la section transversale), et le transfert convectif de masse lié au mouvement moyen, est donné alors par le terme suivant :

$$\bar{U} \partial \bar{C}_A / \partial x$$

Ceci, implique que \bar{C}_A est la valeur moyenne de la concentration dans une section transversale. Dans les cas réels, la distribution de la vitesse sur une section transversale n'est pas constante ; la différence entre le transfert longitudinal convectif de masse associé au profil réel de vitesses et le transfert associé à la vitesse moyenne, doit alors être incorporé dans le terme de diffusion. Cet effet est connu comme dispersion longitudinale et l'on utilise ici le symbole K_x pour le différencier de la diffusivité turbulente E_x .

Le phénomène de dispersion longitudinale est montré schématiquement dans la figure I.11. Au temps $t = 0$ on introduit d'une façon instantanée et uniforme une quantité finie de traceur dans la section $x = 0$; si le traceur est entraîné par une vitesse uniforme \bar{U} , la dispersion longitudinale est due exclusivement au mélange turbulent (Fig. I.11 (a)).

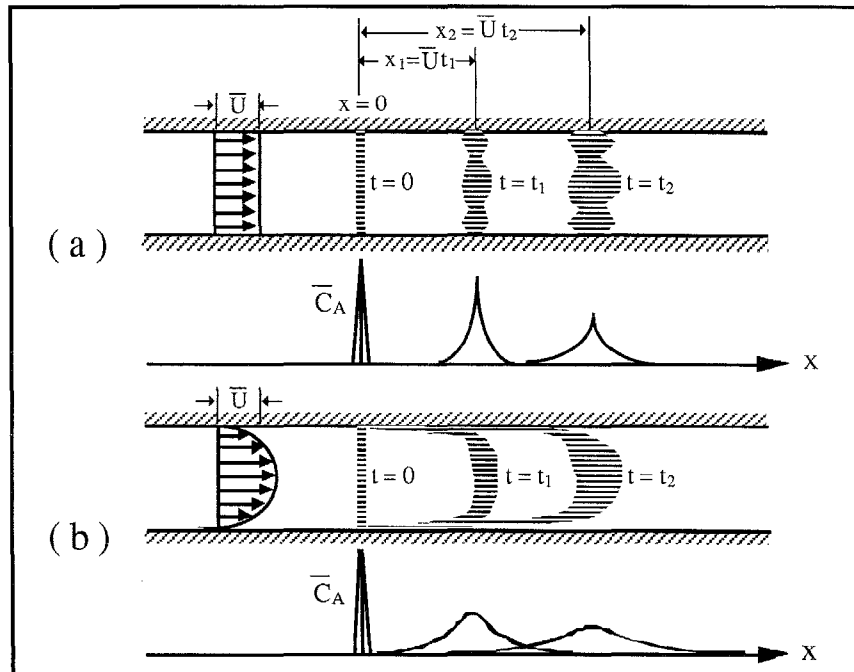


Fig. I.11.- Mécanisme de la dispersion longitudinale : (a) diffusion turbulente pour un écoulement à vitesse uniforme ; (b) dispersion turbulente due à la distribution non-uniforme de la vitesse (in Daily [20]).

Pour l'écoulement montré dans la figure I.11 (b), les couches adjacentes de fluide ont des vitesses longitudinales différentes, ce qui provoque l'augmentation de la dispersion longitudinale montrée sur la courbe de concentration correspondant.

Taylor [67], montre que le coefficient de dispersion longitudinale pour un flux turbulent et uniforme dans une tuyauterie droite est donné par :

$$K_x = 10,1 R u_* \quad (1.32)$$

avec :

$$u_* = \sqrt{\tau_o / \rho} \quad (1.33)$$

où : R , est le rayon de la tuyauterie (m) ;
et u_* , la vitesse de cisaillement ($m s^{-1}$).

Cette valeur du coefficient de dispersion est d'environ 200 fois la valeur du coefficient de diffusion turbulente.

Elder (in Hug [30]), reprenant le travail de Taylor, détermine le coefficient de dispersion longitudinale dans un canal à surface libre, il obtient :

$$K_x = 5,93 H u_* \quad (1.34)$$

où : H , tirant d'eau (m).

La dispersion calculée par Elder, considère seulement le gradients verticaux de vitesse. Dans les cas réels, les gradients transversaux dominant et conduisent à des coefficients de dispersion 10 à 100 fois plus élevés.

En général, dans les problèmes de dispersion en nature, le coefficient de dispersion peut être déterminé par l'expression suivante :

$$*** \quad K_x = \text{cnste} H u_* \quad (1.35)$$

pour les estuaires :

$$100 < \text{cnste} < 1000$$

1.6.5.- Dispersion en estuaires.

Lorsque les vitesses moyennes et les sections transversales, sont variables dans le temps et dans l'espace, l'équation de transport de matières en suspension (MES) est (in Keller [32]) :

$$*** \quad \frac{\partial A \bar{C}_{MES}}{\partial t} + \frac{\partial A \bar{C}_{MES} \bar{U}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[A K_{x1} \frac{\partial \bar{C}_{MES}}{\partial x} \right] + L (Q_E - Q_D) \quad (1.36)$$

où : Q_E et Q_D , sont respectivement le débit d'érosion et le débit de dépôt ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) ;

L , la largeur du lit de l'estuaire (m) ;

et K_{x1} , le coefficient de dispersion associé à la concentration en MES et ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

L'équation de transport pour la salinité est :

$$*** \quad \frac{\partial A S}{\partial t} + \frac{\partial A S \bar{U}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[A K_{x2} \frac{\partial S}{\partial x} \right] \quad (1.37)$$

où : K_{x2} , est le coefficient de dispersion associé à la salinité ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

2.- SEDIMENTOLOGIE DES ESTUAIRES.

Les estuaires sont toujours des zones de passage vers la mer et de sédimentation pour les matériaux érodés par les eaux continentales.

La chute brutale des vitesses à l'entrée amont d'un estuaire entraîne, par une diminution de capacité de transport, le dépôt immédiat des alluvions les plus grossières. Par contre, les sédiments fins, plus légers, poursuivent leur chemin en suspension vers l'intérieur de l'estuaire où ils se décantent lentement. Cette décantation s'effectue en général là où les vitesses deviennent nulles lors des étales de mortes-eaux.

L'étude de la sédimentologie des estuaires concerne les spécialistes de différentes disciplines :

- Hydrauliciens, qui essaient de trouver les formules mathématiques applicables ;
- Ingénieurs, qui ont à lutter contre la sédimentation, à draguer les canaux d'accès pour la navigation, à construire les ouvrages portuaires, à réaliser les modèles réduits ;
- Officiers hydrographes, chargés d'établir les cartes nautiques et de les maintenir à jour ;
- Sédimentologistes, qui s'occupent de la géologie des dépôts sédimentaires.

La sédimentation des estuaires est l'un des problèmes les plus complexes de la sédimentologie littorale, du fait de deux sortes de facteurs :

- Facteurs dynamiques, liés aux conditions de transport, en suspension ou par charriage sur le fond ;
- Facteurs liés aux phénomènes physico-chimiques, comme la floculation des suspensions argileuses due aux forces d'adhésion électrostatique des particules.

Par la suite nous étudierons ces facteurs et leur influence sur la sédimentologie.

2.1.- MODELES DE TRANSPORT.

L'étude du transport des sédiments comme un processus de transfert de masse dans un système binaire a permis la formulation de l'équation tridimensionnelle de transport (équation (1.30)) en introduisant le concept de diffusion :

$$\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z} = D \left[\frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial z^2} \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[E_x \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[E_y \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[E_z \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z} \right] + r_A$$

L'extension de cette équation aux mouvements unidirectionnels, conduit à l'équation unidimensionnelle de transport (équation (1.36)) où l'on introduit le concept de dispersion :

$$\frac{\partial A \bar{C}_{MES}}{\partial t} + \frac{\partial A \bar{C}_{MES} \bar{U}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[A K_{x1} \frac{\partial \bar{C}_{MES}}{\partial x} \right] + L (Q_E - Q_D)$$

Les deux équations précédentes, permettent de mieux comprendre la mécanique du transport de masse en suspension dans les cours d'eau.

L'étude du phénomène général de transport des sédiments est complété par les équations permettant de déterminer le débit d'érosion et le débit de dépôt, qui forment les termes source et puits des MES dans les équations de transport.

2.2.- EQUILIBRE ENTRE EROSION, TRANSPORT ET SEDIMENTATION.

En 1939, Hjulström [29] , établit expérimentalement pour les matériaux quartzeux, les courbes de l'équilibre **érosion/transport/sédimentation**, en fonction du diamètre des particules et de la vitesse d'un écoulement d'eau (Fig. II.1).

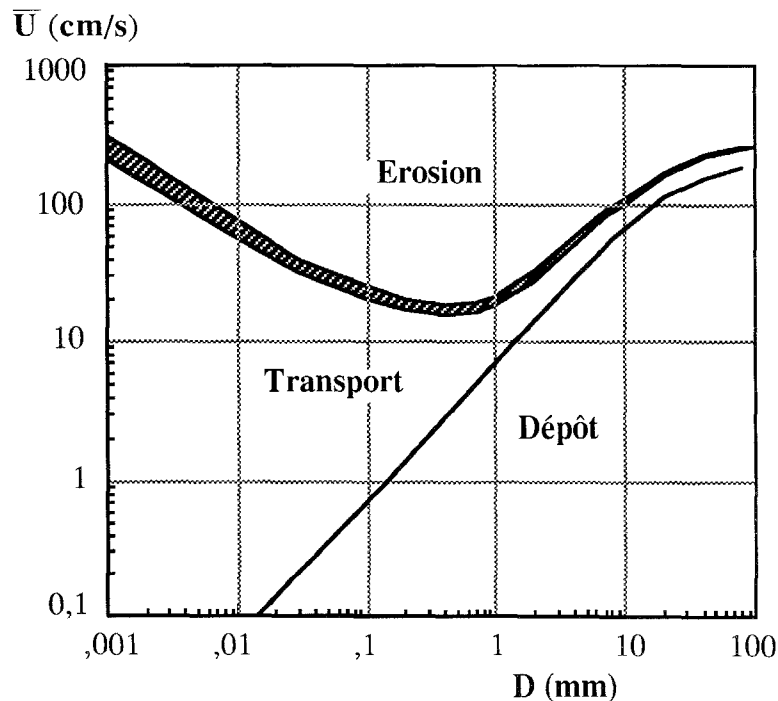


Fig. II.1.- Courbes montrant l'érosion, le transport et la sédimentation des sédiments, en fonction de leur diamètre et de la vitesse des courants (d'après Hjulström [29]).

La frontière transport-dépôt, correspond à la vitesse critique au-dessous de laquelle les matériaux en suspension se déposent ; cette frontière est interprétée comme l'équilibre entre les forces gravitationnelles, la force de traînée sur les particules, la poussée d'Archimède et les forces turbulentes.

La courbe de vitesse critique d'érosion montre un minimum pour les matériaux ayant un diamètre compris entre 0,2 et 1,0 mm. Ce minimum correspond à un changement du comportement des matériaux :

- Les particules de diamètre supérieur à 0,2 mm forment les **matériaux granulaires**. Ces particules conservent leur individualité en tout moment ; la condition critique d'érosion correspond à l'équilibre entre la force de traction et le frottement intergranulaire, la vitesse critique d'érosion étant essentiellement fonction du diamètre, pour une nature donnée de matériau.
- Les particules de diamètre inférieur à 0,2 mm forment les **matériaux cohésifs**. La résistance à l'érosion est fonction de l'intensité de la cohésion, qui elle même n'est pas une fonction directe du diamètre des particules comme nous le verrons prochainement ; c'est pourquoi, la limite entre érosion et transport dans le domaine des sédiments fins est représentée par une zone comprise entre deux courbes enveloppes (Fig. II.1).

2.3.- MATERIAUX GRANULAIRES.

On appelle granulats, les sables, gravillons, graviers, galets, pierres ou moellons, et plus généralement les matériaux roulés ou concassés de toutes densités dont les éléments ne sont pas liés par des forces de cohésion ou par des phénomènes de floculation, et conservent leur individualité dans leurs mouvements et déplacements.

On caractérise les matériaux granulaires ou non cohésifs par :

- La masse volumique du grain, qui est égale au rapport masse-volume ($2\,600\text{ kg m}^{-3}$ pour les granulats quartzeux).
- Le diamètre minimal, qui n'est pas exactement un diamètre mais la largeur de la plus petite maille de tamis dans laquelle un granulat peut passer.
- Le "diamètre de chute équivalent", qui est égal au diamètre d'une sphère de même masse volumique qui tomberait librement avec la même vitesse qu'un des granulats tombant isolément dans l'eau calme ; l'introduction du "diamètre de chute équivalent" a pour conséquence d'éliminer, en sédimentologie, l'influence de la forme du grain.

Il est pratiquement impossible de rencontrer des granulats d'un diamètre rigoureusement uniforme dans la nature. C'est pourquoi on représente les proportions des différentes sortes de granulats dans le mélange qu'ils constituent, par une "courbe de répartition granulométrique" (Fig. II.2), où l'on porte :

- En abscisses : les diamètres en échelle logarithmique.
- En ordonnées les proportions (en poids) des granulats inférieurs à chaque diamètre.

La "courbe de répartition granulométrique" permet de définir la série de diamètres $D_n\%$, pour lesquels le matériau comporte un pourcentage $n\%$ de granulats d'un poids inférieur. Le diamètre D_{50} , n'est autre que le "diamètre médian".

Le rapport D_{60}/D_{10} indique le degré d'uniformité de la granulométrie :

- Si : $D_{60}/D_{10} < 2$, la granulométrie est dite uniforme et l'on caractérise le matériau par D_{50} ;
- Si : $D_{60}/D_{10} > 2$, on dit que la granulométrie est dispersée et le matériau est caractérisé plutôt par D_{65} , pour les calculs sédimentologiques.

Une autre courbe utilisée dans l'analyse granulométrique, est la "courbe de fréquences granulométriques" qui est la dérivée de la "courbe de répartition granulométrique" (Fig. II.3). Cette courbe permet de déterminer le mode D_0 , diamètre le plus fréquent. Lorsque cette courbe présente 2 maximums, elle indique le mélange de 2 matériaux d'origine différent (Grovel [26]).

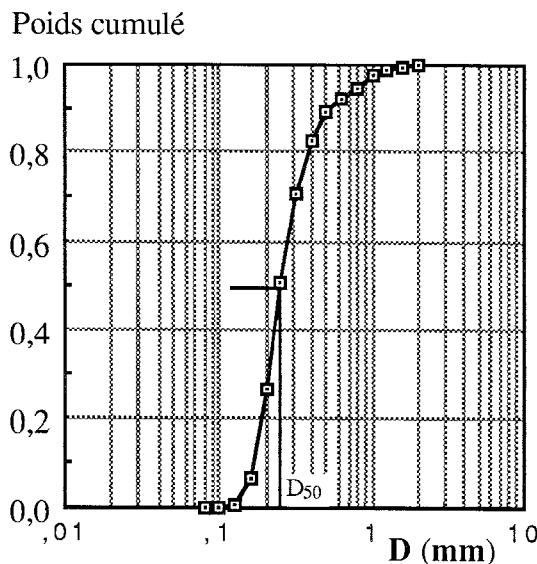


Fig.II.2.- Courbe de répartition granulométrique pour un sable de Mindin (estuaire externe de la Loire).

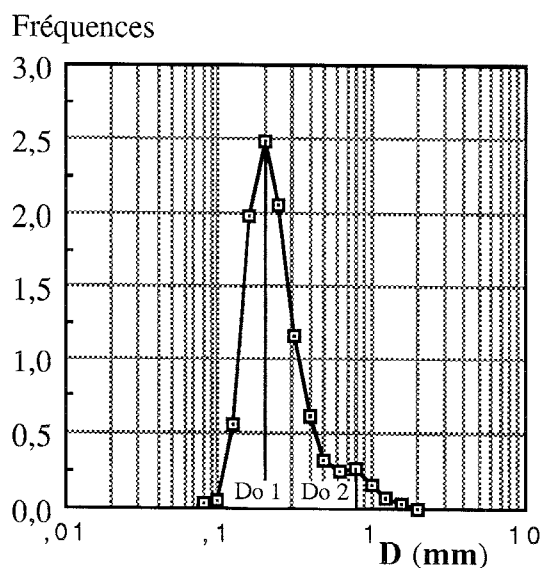


Fig.II.3.- Courbe de fréquences granulométriques du même sable.

2.3.1.- Vitesse de chute des particules.

Lorsqu'on laisse tomber un granulat isolé dans un liquide au repos, ce granulat parvient à sa vitesse de chute limite lorsque la résistance que le liquide lui oppose devient égale à son poids apparent dans le liquide.

La condition d'équilibre est :

$$\text{Force due au poids du granulat} + \text{Force de traînée} + \text{Poussée d'Archimède} = 0 \quad (2.1)$$

Pour un granulat sphérique, on a :

$$\text{Force due au poids de la sphère} = - \frac{\pi}{6} D^3 \rho_s g \quad (2.2)$$

où : D , est le diamètre des particules (m) ;

et ρ_s , la masse volumique (kg m^{-3}).

$$\text{Poussée d'Archimède} = \frac{\pi}{6} D^3 \rho_o g \quad (2.3)$$

où : ρ_o , est la masse volumique de la phase liquide (kg m^{-3}).

$$\text{Force de traînée} = - C_D \rho_o \frac{w_D^2}{2} A_c \quad (2.4)$$

où : w_D , est la vitesse finale de chute des particules sphériques dans un liquide au repos (m s^{-1}) ;

A_c , est le maître couple du granulat ; pour une sphère $A_c = \pi D^2/4$ (m^2) ;

et C_D , le coefficient de traînée.

Pour des corps immergés dans des fluides incompressibles et homogènes, le coefficient de traînée dépend de forces de viscosité et de la géométrie du corps :

$$C_D = C_D(\text{géométrie}, \mathcal{R}_D)$$

avec :

$$\mathcal{R}_D = \frac{w_D D}{\nu}$$

où : \mathcal{R}_D , est le nombre de Reynolds associé à la vitesse de chute des particules.

Pour une sphère, le coefficient C_D en fonction de \mathcal{R}_D est donné par la Fig. II.4. Si les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité, le développement analytique de Stokes (in Fortier [23]) donne :

$$C_D = \frac{24}{\mathcal{R}_D} \quad \text{pour : } \mathcal{R}_D < 1 \quad (2.5)$$

Les équations (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) et (2.5) conduisent à :

$$w_D = - \frac{1}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right) \frac{D^2}{\nu} g \quad (2.6)$$

Cette équation permet de relier le "diamètre de chute équivalent" et la vitesse de chute des particules, pour : $\mathcal{R}_D < 1$.

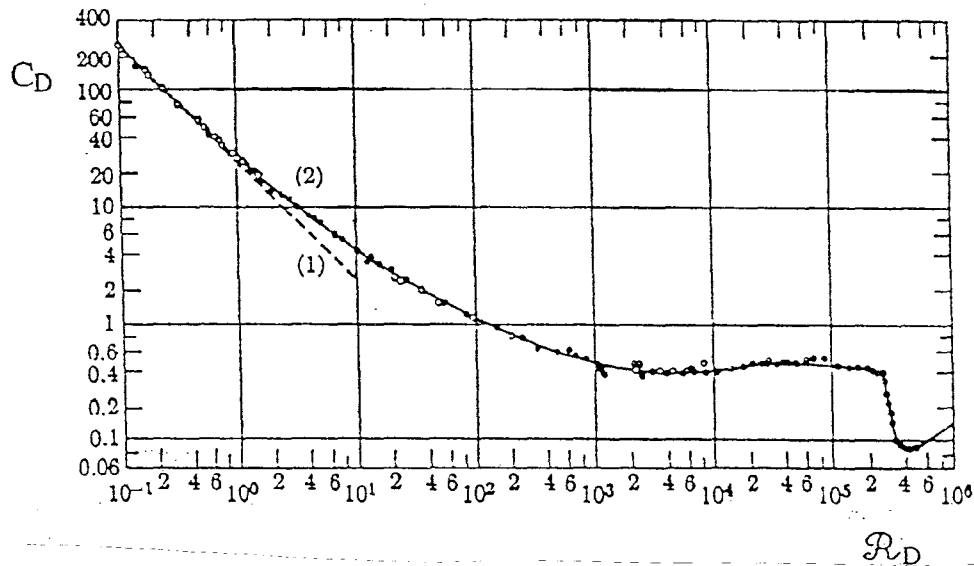


Fig. II.4.- Coefficient de traînée pour des sphères en fonction du nombre de Reynolds \mathcal{R}_D .
Courbe (1) : équation de Stokes (1.45). Courbe (2) : données expérimentales [20].

Influence de la concentration et de la forme des particules sur la vitesse de chute.

Lorsque la concentration en MES augmente, les particules se gênent d'autant plus dans leur chute qu'elles sont plus voisines les unes des autres (Larras [38]).

Cette action de freinage mutuel semble devoir conduire, d'après certaines expériences (Richardson [55] in Larras [38]), à multiplier le coefficient de traînée par un facteur α , qui est fonction de la concentration volumétrique selon le tableau No. 2.1.

Concentration volumétrique	α
0,00	1,0
0,10	1,8
0,20	3,6
0,30	6,25
0,40	12,90

Tableau No. 2.1 [38].

La concentration volumétrique est définie comme étant le rapport entre le volume de la phase solide et le volume total du complexe phase solide-phase liquide. En fonction de la concentration en MES, la concentration volumétrique CV , est :

$$CV = \frac{\bar{C}_{MES}}{\rho_s}$$

D'autre part, les matériaux non-sphériques tendent à s'orienter de façon à présenter leur plus grand couple à l'encontre du mouvement. Il convient donc, dans la plupart des cas, soit, de multiplier le coefficient de traînée par un facteur $\beta \geq 1$, soit, d'utiliser le "diamètre de chute équivalent" pour caractériser la dimension des granulats.

Cas général de chute des particules.

En général, pour tout granulat, la vitesse de chute des particules w_p , est donnée par :

$$w_p = - A \frac{1}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right) \frac{D^2}{\nu} g \quad (2.7)$$

où : A est un facteur qui rend compte de la sphéricité des particules, de la concentration en MES et du nombre de Reynolds \mathcal{R}_D ; en général $A \leq 1$. Pour une sphère, si $\mathcal{R}_D \leq 1$ et $CV \ll 1$, alors : $A = 1$.

Si la concentration volumique est faible et les granulats sont essentiellement sphériques, A est donné par :

$$A = \frac{24 / \mathcal{R}_D}{C_D} \quad (2.8)$$

où : C_D , est le coefficient de traînée pour des sphères, donné dans la figure II.4.

2.3.2.- Début d'entraînement des matériaux granulaires.

De nombreux travaux ont mis en lumière les critères permettant de déterminer la condition critique de début de mouvement des granulats ; les plus anciens considèrent qu'à un granulat d'un diamètre donné, correspond une vitesse d'écoulement critique de mise en mouvement.

Dans les développements plus récents, la condition critique d'entraînement de matériaux granulaires par une action hydrodynamique, est trouvée à partir de la condition d'équilibre entre la tension de cisaillement au fond et la résistance ou force de frottement intergranulaire.

La force tangentielle maximum F_{OM} appliquée sur les granulats peut être considérée proportionnelle au produit de la tension de cisaillement au fond par la surface du granulat, proportionnelle au carré du diamètre des granulats.

$$F_{OM} = \text{Nombre}_1 \tau_o D^2$$

où : D , est le diamètre de granulats (m) ;

et τ_o , la tension de cisaillement au fond (Pa).

La résistance ou force de frottement intergranulaire F_f , qu'il faut surmonter pour faire avancer le granulat est proportionnelle au poids déjaugé des granulats , on a donc :

$$F_f = \text{Nombre}_2 g (\rho_s - \rho_o) D^3$$

où : ρ_s , est la masse volumique des granulats (kg m^{-3}) ;

ρ_o , la masse volumique du fluide (kg m^{-3}).

La condition pour que les granulats se mettent en mouvement est évidemment $F_{OM} > F_f$. D'après ce qui précède, ceci a la même signification que (Prandtl [53]) .

$$\tau_{oc} = \text{Nombre}_3 g (\rho_s - \rho_o) D$$

Shields [63], en 1936, faisant une grande quantité d'expériences, montre que dans ces conditions la loi de début de mouvement pouvait s'écrire sous la forme :

$$\tau_{oc} = f(\mathcal{R}_{*c}) g (\rho_s - \rho_o) D \quad (2.9)$$

avec :

$$\mathcal{R}_{*c} = \frac{u_{*c} D}{\nu} \quad \text{et} \quad u_{*c} = \sqrt{\tau_{oc} / \rho_o}$$

où : τ_{oc} , est la tension de cisaillement critique de début de mouvement (Pa) ;

u_{*c} , la vitesse de cisaillement critique de début de mouvement (m s^{-1}) ;

ν , la viscosité cinématique du liquide ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) ;

et \mathcal{R}_{*c} , le nombre de Reynolds associé aux conditions critiques de mouvement.

Malgré une assez grande dispersion, la courbe de Shields (Fig. II.5) est reconnue comme valable pour des granulométries uniformes et des grains de forme variable.

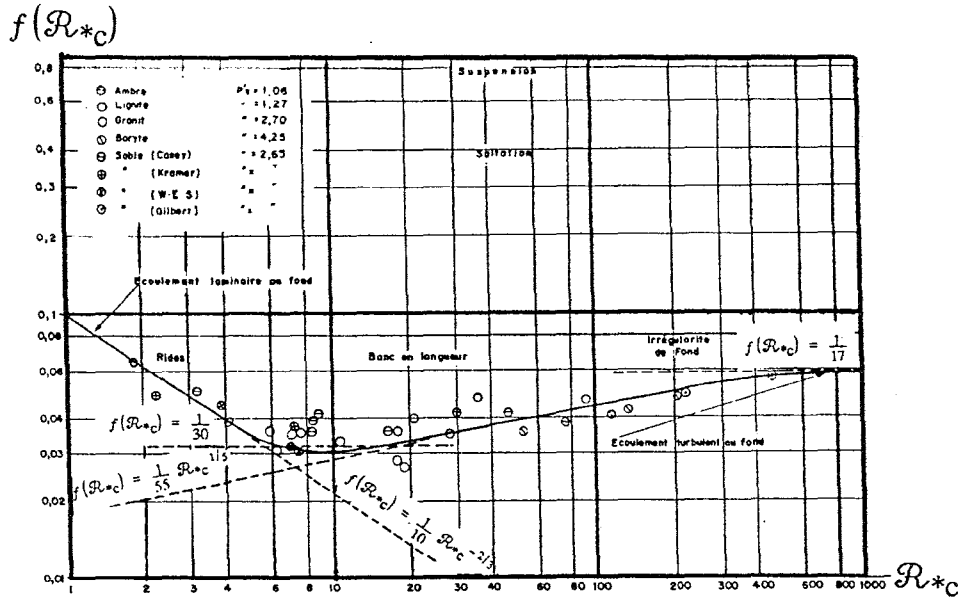


Fig. II.5.- Loi de début d'entraînement de Shields (in Hug [30]).

2.3.3.- Transport des matériaux granulaires.

Théoriquement, les équations de transport (1.30) et (1.36), sont applicables aux matériaux granulaires, mais dans la pratique se pose le problème du manque de formulations servant à déterminer le débit d'érosion et le débit de dépôt (sources et puits des MES).

Donc, ces équations de transport ne sont utilisées que lorsque le débit d'érosion et le débit de dépôt sont nuls et seulement si la vitesse moyenne des particules est égale à la vitesse moyenne du fluide.

Fortier [23], montre que lorsque la concentration en MES est petite devant ρ_s , la différence de vitesses entre la phase fluide et les particules est donnée par :

$$\bar{u}_f - \bar{u}_p = A \frac{1}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right) \frac{D^2}{\nu} \gamma_e \quad (2.10)$$

où : \bar{u}_f , est la vitesse moyenne de la phase fluide (m s^{-1}) ;

\bar{u}_p , la vitesse moyenne des particules (m s^{-1}) ;

γ_e , l'accélération d'entraînement moyenne dans la direction de l'écoulement (m s^{-2}) ;

et A, est un facteur qui rend compte de la sphéricité des particules, de la concentration en MES et du nombre de Reynolds \mathcal{R}_D ; en général $A \leq 1$. Si la concentration volumétrique est faible par rapport à l'unité et les granulats sont essentiellement sphériques, A est donné par l'équation (1.48), avec : $\mathcal{R}_D = |\bar{u}_f - \bar{u}_p| D / \nu$

Pour un écoulement en régime stationnaire, on a :

$$\gamma_e = \frac{u_*^2}{\delta} \quad (2.11)$$

où : δ , est l'épaisseur de la couche limite (m).

La vitesse moyenne de la suspension étant comprise entre **10 u_*** et **40 u_*** en dehors d'une zone très étroite au voisinage des parois, nous voyons que la différence de vitesse entre la phase fluide et les particules est négligeable devant la vitesse moyenne de la suspension si :

$$\left(\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right) \frac{D^2}{\nu} \frac{u_*}{\delta} \ll 1 \quad (2.12)$$

Si la différence entre la vitesse du fluide et la vitesse des particules n'est pas négligeable devant la vitesse moyenne de la suspension, on peut toujours utiliser les équations de transport du chapitre 1.6, à condition de remplacer les vitesses moyennes du fluide \bar{u} , \bar{v} et \bar{w} , par les vitesses moyennes des particules \bar{u}_p , \bar{v}_p et \bar{w}_p dans l'équation (1.30), et la vitesse moyenne sur la section transversale \bar{U} , par la vitesse moyenne des particules sur une section transversale \bar{U}_p dans l'équation (1.36).

Dans le cas plus général où le débit d'érosion et le débit de dépôt ne sont pas nuls, le transport des matériaux granulaires est calculé à partir de la capacité de transport de l'estuaire et de l'équation de continuité du dépôt.

Il existe une grande quantité de formules donnant la capacité de transport d'un cours d'eau* qui par la plupart ont été établies en laboratoire à partir d'essais en régime stationnaire sur des matériaux granulaires ; dans ce travail nous présentons seulement 2 de ces formules :

- La formule de Meyer-Peter et Muller (1948), pour le transport par charriage et en saltation.
- La formule de Vélikanov (1953), pour le transport en suspension.

* L'ouvrage "Hydraulique et granulats", de J. Larras (Paris, Eyrolles édit., 1972, 254 p.), présente un grand nombre de formules de transport par charriage, par saltation et en suspension.

2.3.4.- Equation de continuité.

Pour l'écoulement le long d'un cours d'eau, l'équation de continuité du dépôt s'écrit :

$$\frac{\partial Q_s}{\partial x} + (1 - n) \rho_s \frac{\partial (L_o z_o)}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

où : n , est la porosité dans le dépôt ;

L_o , la largeur du lit (m) ;

z_o , la cote du lit (m) ;

et Q_s , le débit solide total (kg s^{-1}).

Le débit solide total est donné par :

$$Q_s = Q_{sch} + Q_{ss}$$

où : Q_{sch} , est le débit solide par charriage et saltation sur une section transversale (kg s^{-1}) ;

et Q_{ss} , le débit solide en suspension sur une section transversale (kg s^{-1}).

2.3.5.- Transport par charriage et en saltation.

“On dit qu'il y a charriage lorsque tout ou partie des granulats glisse et roule (ou bien saute légèrement) dans le sens du courant sur le fond” (Larras [38]).

“On dit, par contre, qu'il y a saltation quand il y a une suite d'envols et de retombées successifs à des distances relativement appréciables” (Larras [38]).

La formule de Meyer-Peter et Muller donne la capacité de transport par charriage et en saltation pour un cours d'eau. Cette formule est basée sur une approche énergétique, elle s'écrit :

$$q_{sch} = K (\tau_o - \tau_{oc})^{3/2} \quad (2.14)$$

avec :

$$K = \frac{8}{\rho^{1/2}} \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_o}$$

où : q_{sch} , est le débit solide ponderal par unité de largeur du lit ($\text{N m}^{-1} \text{s}^{-1}$) ;

et τ_o , est la tension de cisaillement au fond (Pa), donnée par l'équation (1.12).

Le débit solide par charriage et en saltation sur une section transversale, est donc :

$$Q_{SCH} = q_{SCH} \frac{L_o}{g} \quad (2.15)$$

2.3.6.- Transport en suspension.

“On dit qu’il y a suspension, quand les granulats progressent dans le sens du courant au sein même du liquide sans jamais retomber, sauf très épisodiquement, sur le fond” (Larras [38]).

L’équation de Vélikanov (1953), sert à déterminer la capacité de transport en suspension d’un cours d’eau ; cette équation, fondée sur une approche énergétique, s’applique aux lits sableux.

L’équation de Vélikanov adaptée à un écoulement en régime variable, s’écrit :

$$Q_{SS} = \eta_T \left(\frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_o} \frac{\bar{U}}{w_p} \frac{\tau_o}{g R} \right) Q_f \quad (2.16)$$

où : R, est le rayon hydraulique de la section (m).

et η_T , est le nombre de Vélikanov traduisant la capacité de transport de l’écoulement et qui varie, pour un écoulement naturel de $7 \cdot 10^{-4}$ à $7 \cdot 10^{-3}$.

2.4.- MATERIAUX COHESIFS.

Le comportement des matériaux cohésifs, à la différence de celui des matériaux granulaires, dépend plus des forces de surface des particules que des forces de volume comme la gravité. Ces forces superficielles sont de nature uniquement physico-chimique.

Ce sont les minéraux argileux des dimensions inférieurs à $2\ \mu$ qui déterminent presque entièrement les propriétés des matériaux cohésifs. L'étude des propriétés de ces petites particules minérales permet de mieux comprendre le comportement de ces matériaux (Terzaghi [69]).

La surface des particules minérales très fines (dimension inférieure à $2\ \mu$) porte une charge électrostatique négative. Suivant l'intensité de leur charge superficielle, on dit que les minéraux sont doués d'une faible ou d'une grande **activité superficielle**.

Dans la nature, toute particule de sol est entourée d'une couche mince d'eau appelée **couche adsorbée**. Les couches adsorbées renferment des particules chargées positivement engendrées par des **électrolytes** (les électrolytes sont des substances qui dans l'eau se dissocient en **cations**, chargés positivement, et en **anions**, chargés négativement).

Les cations qui se trouvent dans les couches adsorbées forment le **complexe d'adsorption**. On donne souvent à l'argile le nom de l'élément, H, Ca, ou Na par exemple, qui prédomine dans le complexe d'adsorption. Lorsque la dimension des particules diminue, les substances adsorbées occupent une part croissante du volume totale.

Selon les combinaisons chimiques qui se forment entre leurs constituants, on classe les éléments très fins des sols en trois groupes principaux.

- kaolinites, peu actives ;
- illites, plus actives que les kaolinites ;
- montmorillonite, ce sont les minéraux argileux les plus actifs.

Le faible poids des sédiments très fins, rend possible une dispersion complète des particules dans l'eau pure, car toutes les particules se repoussent les unes, les autres. Si l'on examine une goutte d'une dispersion complète, on constate que les particules se déplacent d'un **mouvement Brownien** ; chaque particule décrit un trajet en forme de zigzag sans toutefois heurter les autres.

Si l'on ajoute un électrolyte approprié dans un récipient contenant des particules minérales très fines en dispersion complète, les cations de l'électrolyte sont alors adsorbés par les particules, neutralisant ainsi leurs charges négatives. Bien que les particules continuent à se déplacer, elles entrent maintenant en collision, ce qui entraîne la fusion et l'adhérence entre particules, formant ainsi des **flocons**, lesquels, sous l'action de la pesanteur tombent au fond de la suspension et forment un sédiment à **structure floconneuse**.

Sous l'action de son propre poids ou d'une charge, la teneur en eau d'un sédiment diminue, on dit alors que le sol se **consolide**. Ainsi, après consolidation, la structure floconneuse originale d'un sédiment, se transforme d'abord en **structure en nid d'abeilles** et finalement en **structure élémentaire** (Fig. II.6).

Si la contrainte de consolidation sur un sédiment, ne dépasse pas environ 1000 kPa, alors ce sédiment est plastique ; cette plasticité est une propriété **colloïdale**, c'est à dire, qu'elle est due exclusivement à l'activité superficielle.

A l'état plastique les sédiments sont doués de **cohésion** ou capacité de résister aux efforts de cisaillement ; cette cohésion augmente lorsque la teneur en eau diminue. L'origine de la cohésion est attribuée à la résistance au cisaillement des couches adsorbées séparant les minéraux argileux.

Enfin, le comportement des sédiments naturels (et la vase par exemple) qui sont formés en plus de minéraux argileux d'un pourcentage variable de matière organique animale et végétale, dépend des facteurs suivants :

- la nature des composantes sédimentaires ;
- le milieu aqueux ;
- l'état de dégradation de la matière organique ;
- les forces électrostatiques qui relient les particules entre elles ;
- la teneur en eau ou la concentration.

Le caractère colloïdal des éléments très fins rend extrêmement complexe les interactions entre les constituants solides et liquides. Toutefois, du point de vue pratique, on peut ne pas considérer les complexes phénomènes intervenant dans le comportement des matériaux cohésifs. Les théories peuvent être formulées à partir des essais purement physiques et tenir compte seulement de l'effet global de tous les facteurs intervenant.

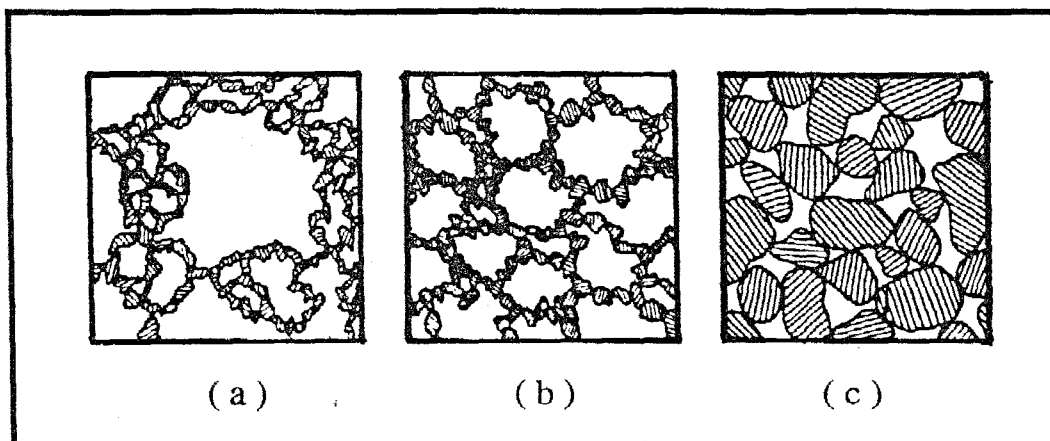


Fig. II.6.- Diagramme illustrant : (a) la structure floconneuse ; (b) la structure en nid d'abeilles ; et (c) la structure élémentaire (in Terzaghi [69]).

2.4.1.- La vase.

La vase est un dépôt caractéristique des estuaires, mais aussi des certains lacs et de nombreux fonds marins, littoraux ou de grande profondeur (Ottmann [47]). La vase est un mélange complexe variable dans l'espace et dans le temps qu'il ne faut pas confondre avec l'argile, dont la composition est exclusivement minérale.

Composition de la vase.

Les composants de la vase sont subdivisés en deux ensembles : l'un dit **inerte**, variable seulement dans l'espace ; l'autre dit **actif**, variant dans l'espace mais aussi dans le temps.

La phase inerte.

Elle est formée des minéraux argileux et des débris d'organismes calcaires ou siliceux ; elle contient aussi une proportion variable de sables fins supérieurs à 60 μ et de silts plus abondantes.

Les minéraux argileux de dimension inférieure à 2 μ , colloïdaux, sont les responsables de certains propriétés de la vase comme la plasticité. Du point de vue minéralogique, dans les minéraux argileux de la vase on trouve les illites, les kaolinites et les montmorillonites.

La phase active.

Elle est formée par l'**eau d'imbibition** qui sert de véhicule aux nombreux échanges physico-chimiques ou biochimiques qui se manifestent dans la vase. L'eau d'imbibition est généralement salée et contient de nombreux sels nutritifs utilisables par les organismes et les micro-organismes.

La teneur en eau conditionne la consistance de la vase, très réduite (30 à 40 % d'eau par rapport au poids sec), on aura une vase dure, compacte, sur laquelle on peut marcher ; plus importante (de 50 à 100 %), on aura une vase molle, dans laquelle on s'enfonce et marche difficilement ; de 100 à 200 %, on aura une vase fluide, inconsistante, parfois même liquide, sur laquelle il est impossible de prétendre se déplacer.

D'autres composants de la phase active sont les sels et oxydes divers. Ils sont contenus dans l'eau ou fixés sur les particules des argiles. Parmi les plus importants, citons les chlorures, les sulfates, bromures et iodures. De même il faut noter les carbonates de calcium et de magnésium, les nitrates et les nitrites.

La matière organique est assez abondante dans de nombreuses vases littorales, elle se trouve à des états de dégradation très divers. Elle va de matériaux vivants, ou morts récemment, jusqu'à une matière organique complètement dégradée et fixée sur les sédiments fins.

L'origine de la matière organique est animale et végétale. Les matières végétales contiennent essentiellement du carbone ; c'est pourquoi on utilise le rapport C/N comme représentatif des apports végétaux et animaux, ce rapport est voisin de 11 pour les sédiments en mer ouverte, dans les estuaires et les baies il peut être plus élevé.

Quelques propriétés physiques de la vase sont :

- Rigidité, qui permet à certaines vases d'être découpées au couteau ou de maintenir des parois verticales.
- Haute teneur en eau, due en grande partie au fait que l'eau occupe le centre des mailles de la structure.
- Compressibilité et compactation sous l'effet de faibles pressions, ou de son propre poids, avec expulsion d'eau et destruction de la structure initiale.
- Thixotropie. La vase est thixotrope, c'est-à-dire qu'elle se liquéfie lorsqu'on l'agite (destruction de la structure initiale), mais elle a la possibilité de retrouver sa rigidité au repos, par réorganisation des particules et des molécules d'eau. Cette propriété a, dans la pratique, un certain nombre de conséquences techniques : instabilité des pieux battus ; liquéfaction de la vase par vibrations des structures ; prise de la vase autour d'une coque de bateau échoué qu'il faut liquéfier avant de retirer le bateau.
- La vase se rétracte par dessiccation naturelle, mais reprend ses propriétés une fois humide ; ceci est très important pour les vasières qui se trouvent dans les zones humides associées aux estuaires.
- La vase est non-élastique ; une fois consolidée, elle ne gonfle pas si l'on enlève la contrainte de consolidation.

2.4.2.- Rhéologie des vases.

2.4.2.1.- Définitions et notations.

La rhéologie est la science de l'écoulement et de la déformation de la matière, à différence de la mécanique qui étudie les mouvements des corps comme un tout, la rhéologie considère les mouvements des éléments du corps, les uns par rapport aux autres (Reiner [54]).

Comportement fluide.- Une première définition pour le comportement fluide est la suivante : lorsque sous l'action d'une force finie les déformations d'un corps augmentent continuellement sans limite, on dit que ce corps a un comportement fluide.

Equation rhéologique d'état.

L'expression reliant la déformation \mathbf{e} caractéristique du comportement, à la contrainte σ , représentative de la sollicitation, s'appelle équation rhéologique d'état, et on l'écrit :

$$R(\mathbf{e}, \sigma) = 0$$

où : \mathbf{e} , est le tenseur caractéristique de la déformation ;

σ , le tenseur des contraintes ;

R , la fonction rhéologique d'état.

Le **tenseur de contraintes** en axes cartésiens est (voir Fig. I.10) :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Dans le cas des fluides, le tenseur \mathbf{e} , caractéristique de la déformation est le **tenseur des taux de déformation \mathbf{D}** , en axes cartésiens on a :

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Le tenseur des taux de déformation permet de définir le comportement fluide comme suit : si sous contrainte indéfiniment constante dans le temps, \mathbf{D} tend vers une limite non-nulle, (atteinte ou non), on dit qu'un corps a un comportement fluide pour cette contrainte [3].

L'équation d'état des fluides newtoniens incompressibles, s'écrit :

$$\sigma = -p \mathbf{I}_3 + 2 \mu \mathbf{D}$$

où : \mathbf{I}_3 est la matrice unité d'ordre 3 ;

μ , la viscosité dynamique newtonienne, constante pour une température donnée (Pa s) ;

p , le scalaire de pression (Pa).

Mouvement unidirectionnel.

Lorsque le mouvement est seulement dans la direction x et que le gradient de vitesse n'existe que dans la direction z , on a :

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$$

et

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.30)$$

où : τ_{zx} , est la tension de cisaillement agissant sur le plan normal à z , dans la direction x (Pa) ;

u , la vitesse d'écoulement dans la direction x ($m\ s^{-1}$) ;

et du/dz , le gradient des vitesses dans la direction z (s^{-1}).

Selon l'équation (2.30), la viscosité μ est définie comme étant le quotient de la tension de cisaillement τ_{zx} par le gradient de vitesses du/dz . Dans le cas des fluides newtoniens ce quotient est une constante pour une température donnée.

Fluides non-newtoniens.

Lorsque le quotient de τ_{zx} par du/dz , dépend des paramètres mécaniques, un fluide est dit non-newtonien.

En analogie avec les fluides newtoniens, on définit alors, la viscosité apparente η , comme étant le quotient de la tension de cisaillement par le gradient de vitesses, dans le cas général, η est fonction de du / dz (ou de τ_{zx}).

Par la suite, afin de simplifier, le comportement rhéologique sous mouvement unidirectionnel, est étudié par l'équation d'état suivante :

$$R \left(\tau_{zx}, \frac{du}{dz} \right) = 0$$

τ_{zx} caractérise les contraintes et du/dz caractérise le taux de déformation.

2.4.2.2.- Comportements rhéologiques.

L'étude de la relation existant entre la tension de cisaillement τ , et le gradient des vitesses du/dz , pour des matériaux de nature différente, permet de déterminer les types de comportement rhéologique montrés dans la figure II.7.

La courbe A correspond à un fluide newtonien ; le rapport de la tension de cisaillement τ , sur la vitesse de déformation du/dz , est la constante μ , appelée viscosité dynamique newtonienne.

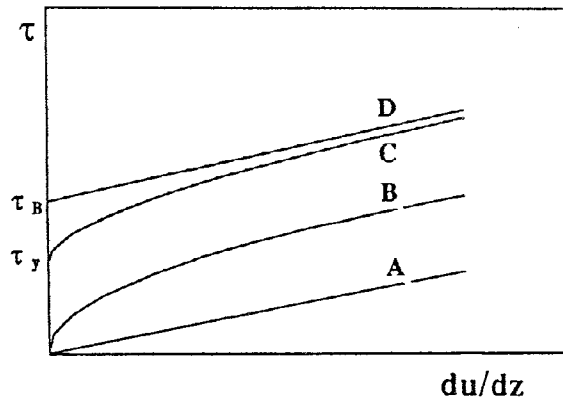


Fig. II.7.- Diagramme illustrant des comportements rhéologiques.

La courbe B correspond à un comportement pseudoplastique ; la viscosité apparente, décroît avec l'accroissement de du/dz .

La courbe C correspond à un comportement plastique, par définition une tension de cisaillement est nécessaire pour vaincre la rigidité initiale du matériau τ_y , avant que l'écoulement ne commence.

La courbe D correspond au plastique idéal de Bingham.

2.4.2.3.- Modèles rhéologiques.

Dans ce qui suit, nous montrons les modèles rhéologiques les plus courants, associés aux différents comportements rhéologiques. Les équations qui décrivent ces modèles sont valables pour un écoulement dans la direction x avec un gradient de vitesses dans la direction z .

Fluide newtonien.

La viscosité dynamique μ , est une constante pour une température donnée.

$$\tau_{zx} = \mu \frac{du}{dz} \quad (2.31)$$

où : μ , la viscosité dynamique newtonienne (Pa s) ;

Comportement pseudoplastique.

Le modèle rhéologique le plus utilisé pour simuler le comportement pseudoplastique est la "loi de puissance", décrite par :

$$\tau_{zx} = m \left(\frac{du}{dz} \right)^n \quad \text{avec : } 0 < n < 1 \quad (2.32)$$

où : m , est un indice de la viscosité (Pa s^n) ;
 et n , un facteur qui caractérise le comportement non-newtonien du fluide.

Comportement plastique.

Le modèle plastique le plus simple est le **modèle de Bingham**, ce modèle considère qu'il existe une relation linéaire entre la tension de cisaillement et le gradient de vitesses, lorsque le fluide est en mouvement.

$$\tau_{zx} = \tau_B + \eta_B \frac{du}{dz} \quad (2.33)$$

où : τ_B , est le seuil de plasticité de Bingham (Pa) ;
 et η_B , la viscosité de Bingham (Pa s).

Dans le cas d'un comportement en accord avec le modèle de Bingham, τ_B est équivalent à la rigidité initiale τ_y .

Un autre modèle plastique est le **modèle de Casson**, ce modèle, basé sur une loi parabolique, fait un raccordement entre le seuil de plasticité et la courbe correspondant à la relation linéaire entre la tension de cisaillement et le gradient de vitesses, le modèle de Casson s'écrit :

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_C} + \sqrt{\eta_C} \sqrt{\frac{du}{dz}} \quad (2.34)$$

où : τ_C , est le seuil de plasticité de Casson (Pa) ;
 et η_C , la viscosité de Casson (Pa s).

Dans le cas d'un comportement en accord avec le modèle de Casson, τ_C est équivalent à la rigidité initiale τ_y .

2.4.2.4.- Comportement rhéologique des systèmes eau-sédiment colloïdal.

Dans un système binaire eau-sédiment cohésif, les concentrations de la phase aqueuse et de la phase sédimentaire sont respectivement (voir chapitre 1.6.3) :

$$C_{\text{EAU}} = \frac{\text{masse de l'eau}}{\text{volume du complexe eau-sédiment}} \quad (2.35)$$

$$C_{\text{SEDIMENT}} = \frac{\text{masse du sédiment}}{\text{volume du complexe eau-sédiment}} \quad (2.36)$$

La concentration de la phase sédimentaire est aussi connue comme concentration en matières sèches C , elle est utilisée pour caractériser les fractions composant un système binaire eau-sédiment.

Etant donné, que pour un système binaire eau-sédiment colloïdal, l'écoulement de la phase liquide et celui de la phase solide se font sensiblement à la même vitesse, le complexe eau-sédiment colloïdal peut être représenté par un système homogène équivalent ayant une masse volumique ρ_E , donnée par :

$$\rho_E = C_{\text{SEDIMENT}} + C_{\text{EAU}} \quad (2.37)$$

Ainsi, si la phase sédimentaire est essentiellement de caractère colloïdal, nous désignons le complexe eau-sédiment colloïdal, d'après le comportement rhéologique du système homogène équivalent, par :

- **suspension**, si le comportement du complexe eau-sédiment est newtonien ;
- **suspension concentrée**, si le comportement est pseudoplastique ;
- **Boue** ou **vase**, si le comportement est plastique.

2.4.2.5.- Comportement rhéologique des vases.

Des mesures réalisées au LCHF utilisant un viscosimètre à cylindres coaxiaux, de type "Brookfield", sur un grand nombre des vases et des boues d'origine très diverses (marine, estuarienne, fluviale, lacustre, minérale, et artificielle) ont permis de déterminer la rigidité initiale en utilisant le modèle de Bingham (Migniot [46]).

Les résultats obtenus, permettent de relier la rigidité initiale à la concentration en matières sèches C , par une loi de puissance de la forme :

$$\tau_y = b C^a \quad (2.38)$$

Migniot constate que, d'une manière générale, les vases fluides ont une valeur du coefficient a voisine de 3, alors que les vases plastiques ou rigides présentent une variation de la rigidité initiale comme la sixième puissance de la concentration en matières sèches.

La transition entre vase fluide et vase plastique correspond à une valeur de la rigidité initiale comprise entre 1 et 3 Pa.

Le tableau No. 2.2 donne les valeurs du coefficient b pour des différentes vases plastiques du littoral français étudiées au LCHF, en admettant une loi générale de la forme :

$$\tau_y = b C^6 \quad (2.39)$$

Origine	Loire	Orne Ouistreham	Dunkerque	La Vilaine	Seine Rouen	Gironde	Le Havre	Dives	Mt. St. Michel
$b / 10^{-5}$	21	11,5	9	6	4	2,4	0,92	0,36	0,26

Tableau No. 2.2.- Valeur du coefficient **b** de l'équation (2.39), pour des vases plastiques du littoral français (d'après Migniot [46]).

2.4.3.- Dynamique sédimentaire des matériaux cohésifs.

2.4.3.1.- Apports solides du fleuve.

Les apports liquides du fleuve à l'amont d'un estuaire, transportent des quantités variables de matériaux fins en suspension issus du lessivage des sols.

La quantité des matériaux fins apportés par un fleuve est très variable saisonnièrement, on observe que pour un même débit liquide, les apports solides sont plus importants en crue qu'en décrue et après une période de sécheresse que pendant une saison humide (Fig. II.8). Cependant, en moyenne, on considère que la concentration en MES est fonction du débit fluvial.

$$\bar{C}_{MES} = f(\text{débit fluvial})$$

Ainsi, des mesures des apports de vase et de sables très fins en suspension (10 à 15 % de sables fins et 85 à 90 % de vases) effectuées dans la Loire à Monjean, dans le cadre du CSEEL [17], entre mai 1981 et août 1982 ont montré que la concentration moyenne des MES était reliée au débit fluvial par la formule :

$$\bar{C}_{MES} = 40 \log Q_f - 80 \quad (2.40)$$

où : Q_f est le débit fluvial en $m^3 s^{-1}$.

et présentait des variations saisonnières importantes avec une décroissance entre l'hiver, où les concentrations sont maximales et l'automne suivant, où elles sont minimales.

2.4.3.2.- Transport des MES au sein de l'estuaire.

A l'amont d'un estuaire, les vitesses sont essentiellement dirigées vers la mer et d'une intensité suffisante pour assurer le transport en suspension jusqu'à l'intérieur de l'estuaire.

Au sein de l'estuaire, les oscillations de la marée s'accompagnent d'une variation périodique des vitesses longitudinales : les vitesses sont dirigées vers le continent pendant le flot ; vers la mer pendant le jusant ; et lors des étales elles sont nulles.

Ainsi, une particule en suspension ne suit pas une descente continue vers la mer, mais subit le même mouvement alternatif que les particules d'eau. En Loire, Berthois [8] montre que lorsque le débit fluvial est compris entre 380 et $480 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, les particules en suspension en surface décrivent alternativement $17,5 \text{ km}$ à chaque cycle de marée, mais leur descente effective vers la mer n'est que de $3,9 \text{ km}$ (Fig. II.9).

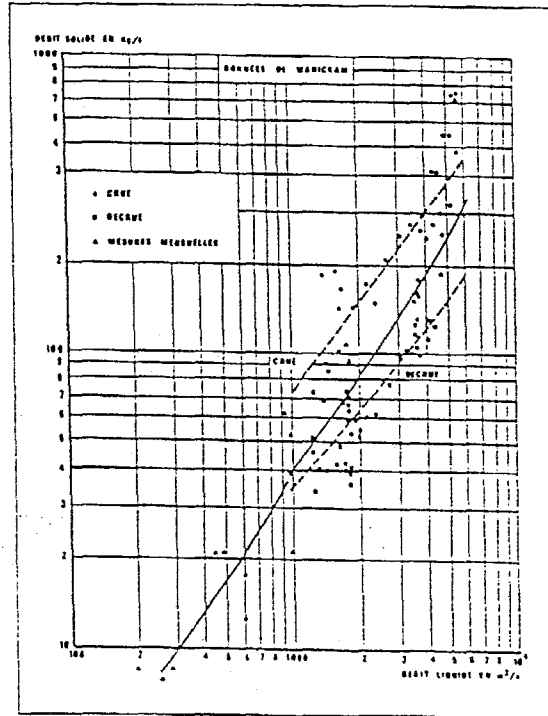


Fig. II.8.- Relation débit liquide/débit solide pour la Loire à Montjean (in CSEEL [17]).

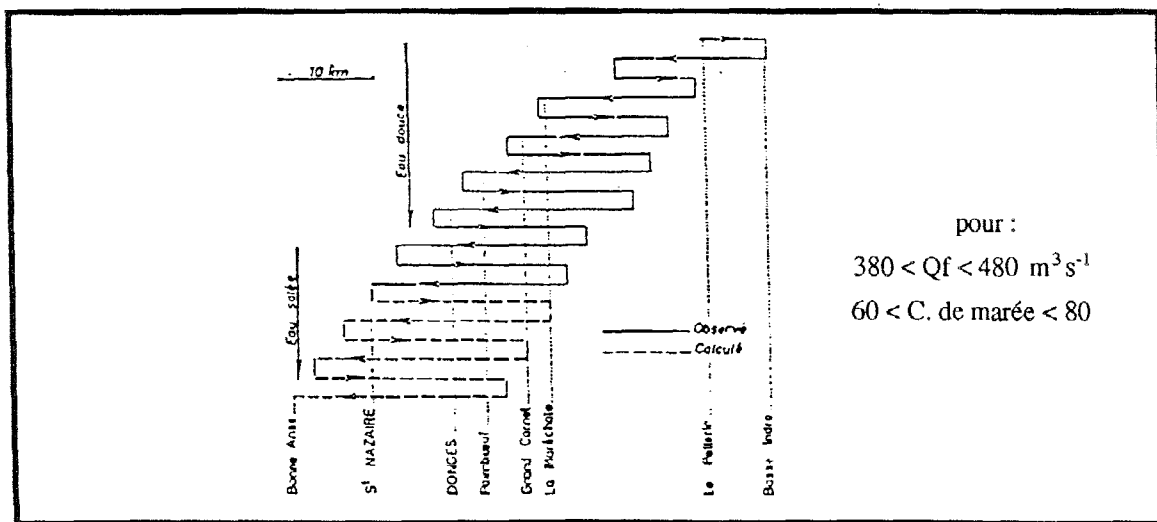


Fig. II.9.- Progression vers l'aval de la tranche d'eau supérieure en Loire (d'après Berthois, 1964 [8]).

2.4.3.3.- Cycle sédimentologique au sein de l'estuaire.

Au sein de l'estuaire, hormis le simple transport en suspension, on observe les phénomènes sédimentologiques suivants :

- a) le **dépôt**, le calme qui se produit lors des étales permet dans tous le cas un transfert des matières en suspension (MES) vers le dépôt et dans certains cas particuliers, une partie de la vase en cours de sédimentation s'accumule dans la couche d'eau inférieure, au voisinage du fond ; cette masse s'accumulant près du fond et caractérisée par une faible concentration est connue sous le nom de **crème de vase** ;
- b) le **tassement**, la concentration de la crème de vase et celle du dépôt du fond augmentent, ceci est lié au phénomène de tassement engendré par le propre poids de la vase ;
- c) l'**érosion**, lorsque les vitesses de l'écoulement sont suffisamment élevées, elles remettent en suspension les matériaux du dépôt et de la crème de vase ;
- d) le **déplacement de la crème de vase**, la faible rigidité de la crème de vase permet son déplacement sur le fond associé à la vitesse de l'écoulement et à la pente du fond.

Dans l'estuaire de la Loire, la crème de vase peut atteindre 2 à 3 m d'épaisseur avec des concentrations entre 100 et 300 kg m⁻³ et peut s'étendre sur une vingtaine de kilomètres de longueur en étiage et sur 5 km en crue (avec une épaisseur de 1 m seulement lorsque les débits fluviaux dépassent 500 m³ s⁻¹) (CSEEL [17]).

La figure II.10 montre l'emplacement de la crème de vase en Loire en fonction du débit fluvial (in Gallenne[24]).

Au cours d'un cycle de marée de vives-eaux, les matériaux fins se décantent pendant une durée très courte pour former la crème de vase ; les matériaux n'ayant pas le temps de se consolider, sont remis en suspension dès que les vitesses deviennent importantes.

Au cours d'un cycle de marée de mortes-eaux, la décantation des matériaux se produit pendant une période de calme qui s'étale sur une grande partie du cycle de marée ; les vitesses maximales n'étant pas suffisantes pour remettre en suspension la totalité des matériaux déposés, une fraction de ces matériaux reste au fond à la fin du cycle de marée.

Dans l'estuaire de la Loire, on observe que la dynamique de la vase est associée au cycle bimensuel de marées de la façon suivante (CSEEL [17]) :

- Dès que les coefficients de marée tombent au-dessous de 70, la presque totalité des vases en suspension se déposent sur le fond de l'estuaire et forment la crème de vase.
- La crème de vase subit un tassement au cours de 5 ou 6 jours de mortes-eaux.

- Dès que les coefficients de marée dépassent 75 à 80, la crème de vase peut être remise partiellement en suspension si les vitesses sont suffisamment importantes, et il ne reste au fond qu'une fraction correspondant aux vases qui ont pu se consolider au cours de mortes-eaux et atteindre une rigidité capable de supporter les contraintes exercées par le fluide.

Par la suite de remises en suspension qui se produisent lors des coefficients de marée de 75 à 80 de revif, la concentration en MES au sein de l'estuaire atteint des valeurs ponctuelles notamment supérieures à celles des MES dans le fleuve. Cette grande turbidité des eaux est connue par le nom de **bouchon vaseux**.

La figure II.11 montre l'emplacement du bouchon vaseux en Loire en fonction du débit fluvial et du coefficient de marée (in Gallenne [24]).

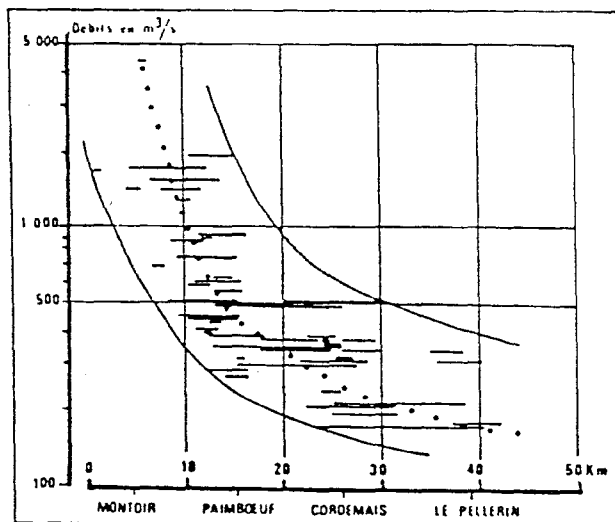


Fig. II.10.- Emplacement de la crème de vase en Loire en fonction du débit fluvial (d'après Gallenne [24]).

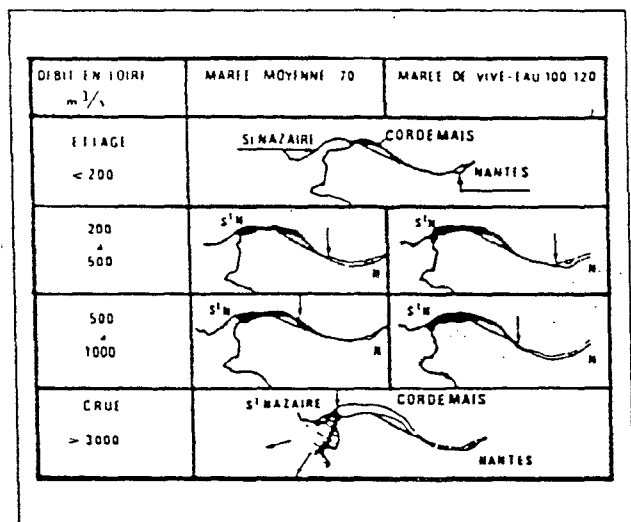


Fig. II.11.- Emplacement du bouchon vaseux en Loire en fonction du débit fluvial et du coefficient de marée (d'après Gallenne [24]).

2.4.4.- Lois de modélisation des phénomènes sédimentologiques des sédiments cohésifs.

2.4.4.1.- Modèles de transport des sédiments cohésifs.

Dans la modélisation du transport en suspension des sédiments cohésifs, on utilise alternativement : les équations hydrodynamiques du chapitre 1.5, développées pour un fluide homogène ; et les équations du transport du chapitre 1.6, développées pour un système binaire.

L'utilisation des équations hydrodynamiques et de continuité du chapitre 1.5, est justifiée si le complexe eau-sédiment peut être considéré comme un fluide homogène, et si :

- l'inégalité (2.16) est satisfaite, pour que la vitesse de la phase fluide soit la même que celle des sédiments ;
- la concentration de la phase solide est petite devant celle de la phase fluide, pour que le comportement de l'ensemble eau-sédiment soit newtonien.

L'utilisation des équations de transport du chapitre 1.6, est justifiée si le complexe eau-sédiment peut être représenté par un système binaire, et si :

- la vitesse de la phase fluide est égale à celle de la phase solide, pour pouvoir introduire la vitesse du fluide homogène dans l'équation de transport ;
- la concentration de la phase solide est petite devant celle de la phase fluide, de manière que l'équation de transport correspondant à la phase fluide puisse être ignorée.

2.4.4.2.- Vitesse de chute des sédiments cohésifs.

2.4.4.2.1.- Vitesse de chute des particules élémentaires.

La mesure en laboratoire de la vitesse de chute des particules élémentaires des sédiments cohésifs en eau calme, permet de déterminer le "diamètre de chute équivalent" (chapitre 2.3). La vitesse de chute des particules w_D , et le "diamètre de chute équivalent" sont liés par l'équation (2.6) :

$$w_D = - \frac{1}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right) \frac{D^2}{\nu} g$$

Cette équation est valable si $R_D < 1$ (matériaux quartzeux sphériques de diamètre inférieur à 0,01 mm tombant dans l'eau (Fortier [23])).

Dans la nature, la forme des particules élémentaires des sédiments cohésifs est très différente de celle d'une sphère, de plus, la particule en chute libre reste solidaire d'un film d'eau qui l'englobe, donnant à l'ensemble particule-eau liée, une densité inférieure à celle de la particule élémentaire (Migniot [45]).

Par conséquent, la dimension réelle des particules élémentaires des sédiments cohésifs est supérieure à celle de la sphère correspondant au "diamètre de chute équivalent".

2.4.4.2.2.- Vitesse de chute en milieu flocculant.

En milieu flocculant, les particules élémentaires des sédiments cohésifs, forment des flocons ayant une vitesse de chute nettement supérieure à celle des particules élémentaires (voir chapitre 2.4).

D'une manière générale, la floculation est d'autant plus importante que : le milieu contient davantage des sels flocculants ; les particules élémentaires sont plus petites ; la concentration est plus élevée (Migniot [45]).

Influence du milieu aqueux sur la floculation.

Migniot [45], montre que pour une suspension de vase de 2 kg m^{-3} des sédiments dispersés en eau calme, l'introduction progressive de sels marins, conduit à l'augmentation de la vitesse de chute des sédiments, pour atteindre la valeur maximale à partir d'une salinité de 2 ‰. Cette vitesse se maintient à peu près constante jusqu'à une salinité de 30 ‰ (salinité proche de celle de l'eau de mer).

Influence de la concentration sur la floculation.

La concentration en MES, associée au mouvement Brownien, à la vitesse différentielle de chute des particules et aux mouvements tourbillonnaires, détermine la fréquence des collisions entre particules et ainsi le degré de floculation (voir chapitre 2.4)

Pour des concentrations faibles, inférieures à environ $0,3 \text{ kg m}^{-3}$, la floculation est négligeable et la vitesse de chute des sédiments est indépendante de la concentration (Mehta [44]).

Pour des concentrations plus élevées, la floculation et la vitesse de chute des sédiments augmentent avec la concentration en MES. Cependant, pour des concentrations supérieures à environ 10 kg m^{-3} , on observe une diminution dans la vitesse de chute des sédiments (vitesse entravée), cette diminution de la vitesse est attribuée au contact qui se produit entre les flocons dans leur chute ; nous reviendrons sur cette question plus tard, dans le chapitre 5.

Influence du diamètre des particules sur la floculation.

A partir des essais réalisés sur un grand nombre de vases et de boues, Migniot [45] montre, que pour une suspension de 10 kg m^{-3} de sédiments secs dans une eau de mer calme à 30 ‰ de salinité, le **facteur de floculation, F** (défini comme étant le rapport entre la vitesse moyenne de chute libre de flocons dans un milieu aqueux flocculant et la vitesse moyenne de chute libre de particules élémentaires à l'état déflocculé) est donné en fonction du "diamètre de chute équivalent" des particules élémentaires par :

$$F = \frac{w_s}{w_D} = 3,96 \cdot 10^{-9} D^{-1,8} \quad (2.41)$$

où : w_s , est la vitesse de chute des sédiments floculés en eau calme (m s^{-1});

w_D , la vitesse de chute des particules élémentaires en eau calme (m s^{-1});

F, le facteur de floculation ;

et D, le "diamètre de chute équivalent" (m).

2.4.4.2.3.- Modèles pour la vitesse de chute des sédiments cohésifs.

La loi empirique (2.41), montre qu'en pratique, une suspension de sédiments cohésifs en milieu floculant, présente des vitesses moyennes de chute comprises entre $1,5 \cdot 10^{-4}$ et $6 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$, quelle que soit la dimension des particules élémentaires.

Ainsi, pour les sédiments cohésifs en milieu floculant, le facteur essentiel pour déterminer la vitesse de chute des sédiments, n'est pas le diamètre des particules élémentaires, mais plutôt, la concentration en MES.

Thorn [70] (in Mehta [44]), à partir des essais réalisés en laboratoire, avec des sédiments de l'estuaire Severn (G.B.) se déposant dans l'eau de mer calme, propose les formules empiriques suivantes, pour déterminer la vitesse de chute des sédiments en fonction de la concentration en matières en suspension (Fig. II.12).

$$w_s = -0,0026 \left(1 - 0,008 \bar{C}_{\text{MES}} \right)^{4,65} \quad \text{pour : } 3,500 < \bar{C}_{\text{MES}} < 100 \text{ kg m}^{-3} \quad (2.42)$$

$$w_s = -0,000513 \bar{C}_{\text{MES}}^{1,29} \quad \text{pour : } 0,300 < \bar{C}_{\text{MES}} < 3,50 \text{ kg m}^{-3}$$

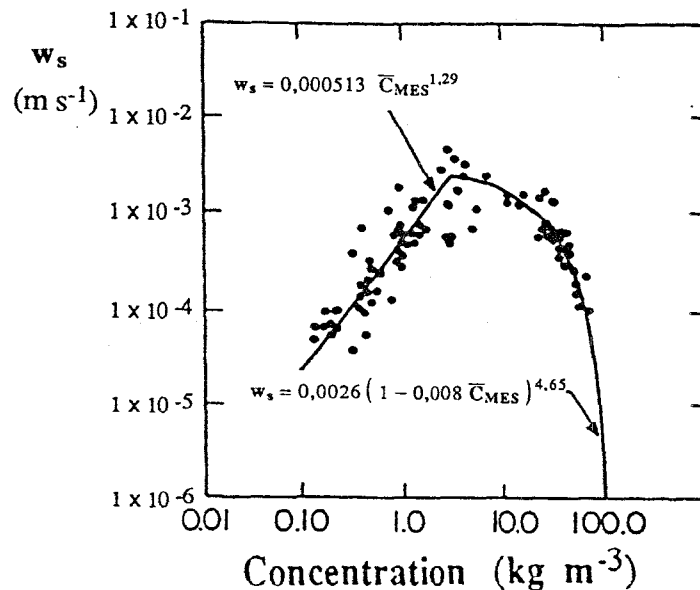


Fig. II.12.- Vitesse de chute des sédiments cohésifs de l'estuaire Severn (G.B.), en fonction de la concentration en MES (d'après Thorn [70], in Mehta [44]).

Pour des faibles concentrations, la vitesse de chute, indépendante de la concentration en MES, est considérée constante :

$$w_s = -0,0001 \quad \text{pour :} \quad \bar{C}_{MES} < 0,300 \text{ kg m}^{-3} \quad (2.43)$$

2.4.4.2.4.- Modèles pour le débit de dépôt.

En eau calme, le flux solide vertical à travers une surface horizontale, est :

$$Q_s = - \bar{C}_{MES} w_s$$

où : Q_s , est le débit de sédimentation ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$).

Toujours en eau calme, on peut admettre que le débit de dépôt est donné par le produit de la vitesse de chute des sédiments par la concentration en MES au fond.

$$Q_D = - \bar{C}_{MES F} w_{s F}$$

où : Q_D , est le débit de dépôt ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) ;

$\bar{C}_{MES F}$, la concentration en MES au fond (kg m^{-3}) ;

et $w_{s F}$, la vitesse de chute des sédiments du fond (m s^{-1}).

Dans les cours d'eau naturels, le phénomène de dépôt est beaucoup plus compliqué qu'en eau calme : D'une part, la turbulence de l'écoulement augmente la floculation et ainsi le débit solide descendant ; d'autre part, cette même turbulence produit un débit solide ascendant qui s'oppose à la sédimentation.

Krone [34] (in Mehta [44]), propose une formule pour déterminer le débit de dépôt. Dans sa formulation, Krone néglige l'effet de la turbulence sur la floculation et par conséquent sur la vitesse de chute des sédiments, et il introduit l'effet de la turbulence moyennant un seuil de la tension de cisaillement, au dessus duquel les sédiments ne se déposent plus.

La formule de Krone s'écrit :

$$*** \quad Q_D = - \bar{C}_{MES F} w_{s F} \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_D} \right) \quad \text{pour : } \tau_0 < \tau_D \quad (2.44)$$

où : τ_0 , est la tension de cisaillement au fond (Pa) ;

τ_D , le seuil de la tension de cisaillement au dessous duquel les matières en suspension se déposent (Pa).

Le terme $w_{sF} (1 - \tau_o/\tau_D)$ de la formule de Krone, donne la vitesse réelle de dépôt, ce terme est égale à w_{sF} , pour $\tau_o = 0$; et égale à zéro, pour $\tau_o \geq \tau_D$.

Des essais en canal, en laboratoire, on permis à Mehta [44] de déterminer les valeurs de τ_D données sur le tableau No. 2.3.

Sédiment	τ_D (Pa)
Kaolinite	0,15
Boue de la Baie de San Francisco (USA)	0,10
Boue de Maracaibo (Venezuela)	0,08

Tableau No. 2.3.- Valeurs de τ_D pour 3 sédiments étudiés en laboratoire (d'après Mehta [44]).

2.4.4.2.5.- Influence de la stratification des MES sur le débit de dépôt.

Dans les modèles monocouches, la variable de l'état de la turbidité est la concentration moyenne des MES sur une verticale \bar{C}_{MES} . D'autre part, le débit de dépôt prend en compte la concentration moyenne au fond \bar{C}_{MESF} (voir équation (2.44)). Afin de déterminer \bar{C}_{MESF} à partir de \bar{C}_{MES} , on introduit une fonction de stratification des MES.

2.4.4.2.5.1.- Fonction de stratification des MES de Rouse.

Le modèle analytique de stratification des MES le plus couramment utilisé, est celui développé par Rouse (in Vanoni [73], Larras [38], Bonnefille [10], et Teeter [68]). Les hypothèses introduites dans le modèle de Rouse sont les suivantes :

- 1.- une distribution verticale linéaire de la tension de cisaillement ;
- 2.- un profil logarithmique des vitesses ;
- 3.- une proportionnalité entre la viscosité cinématique turbulente ϵ et le coefficient de diffusion turbulente de masse E_z ($E_z = \beta \epsilon$, et $\beta \approx 1/0,7$) (voir chapitre 1.6.2) ;
- 4.- une vitesse de dépôt (w_s) constante ;
- 5.- Un régime permanent ($\partial w_s / \partial t = 0$).

Rouse arrive à l'expression suivante pour le coefficient de diffusion turbulente de masse :

$$E_z = \beta \kappa u_* \frac{z(H-z)}{H} \quad (2.45)$$

ou : κ , est la constante universelle de Karman ($\kappa \approx 0,4$).

L'équation de transport vertical de masse est :

$$\frac{\partial C_{MES\ z}}{\partial t} + w_s \frac{\partial C_{MES\ z}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[E_z \frac{\partial C_{MES\ z}}{\partial z} \right] \quad (2.46)$$

où : $C_{MES\ z}$, est la concentration en MES au niveau z , mesuré à partir du fond (m).

Cette équation peut s'intégrer en sachant que le coefficient de diffusion turbulente est nul en surface, et l'on obtient :

$$w_s C_{MES\ z} = E_z \frac{\partial C_{MES\ z}}{\partial z} \quad (2.47)$$

En utilisant l'équation (2.45), on intègre l'équation précédente entre un niveau de référence a près du fond, et un niveau z compté à partir du fond, et l'on obtient :

$$\frac{C_{MES\ z}}{C_{MES\ F}} = \left[\frac{H-z}{z} \frac{a}{H-a} \right] \frac{w_s}{\beta \kappa u_*} \quad (2.48)$$

Généralement, on prend le niveau de référence a , dans un niveau placé à **0,05 H** au dessus du fond. \bar{C}_{MES} et $\bar{C}_{MES\ F}$ sont liés par :

$$\bar{C}_{MES} = \frac{1}{H-a} \int_a^H \bar{C}_{MES\ F} \left[\frac{H-z}{z} \frac{a}{H-a} \right] \frac{w_s}{\beta \kappa u_*} dz \quad (2.49)$$

L'équation précédente ne peut s'intégrer analytiquement que pour des valeurs entières du rapport $w_s/\beta\kappa u_*$. Nous avons intégré numériquement cette équation pour obtenir des valeurs du quotient de \bar{C}_{MES} par $\bar{C}_{MES\ F}$, et nous avons approché ce rapport en fonction de $w_s/\beta\kappa u_*$ par l'équation suivante (Fig. II.13) :

$$*** \frac{\bar{C}_{MES}}{\bar{C}_{MES\ F}} = 0,7 \exp \left(-3,42 \left| \frac{w_s}{\beta \kappa u_*} \right| \right) + 0,3 \exp \left(-1,2 \left| \frac{w_s}{\beta \kappa u_*} \right|^{0,725} \right) \quad (2.50)$$

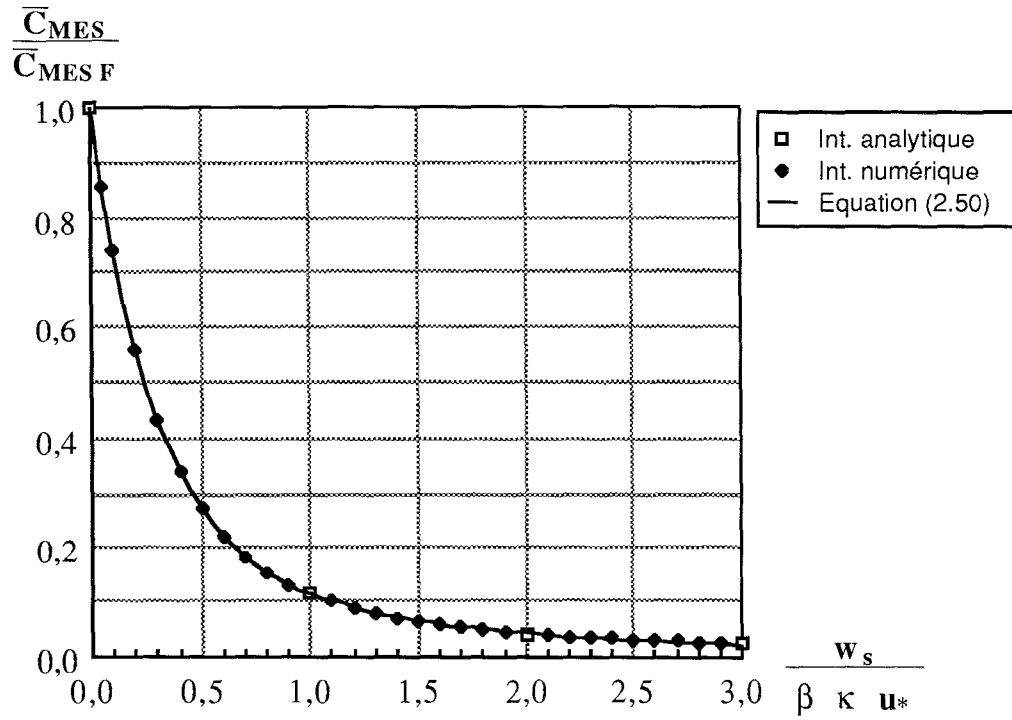


Fig. II.13.- Quotient de \bar{C}_{MES} par $\bar{C}_{MES F}$ en fonction de $w_s/\beta\kappa u_*$, déterminé par intégration de l'équation (2.49).

2.4.4.2.5.2.- Fonction empirique de stratification des MES proposée par Bellesort et Migniot [7].

Une autre fonction de distribution verticale des MES est proposée par Bellesort et Migniot [7], à savoir :

$$C_{MES z} = C_{MES H} \exp (Kr (H - z)) \quad (2.51)$$

où : $C_{MES H}$, est la concentration en MES en surface (kg m^{-3}) ;

et Kr , un coefficient qui dépend de la profondeur, de la distribution verticale des vitesses et surtout de la position du point de prélèvement par rapport au bouchon vaseux (pour l'estuaire de le Loire : $0,06 < Kr < 0,45 \text{ m}^{-1}$).

En intégrant l'équation (2.51) sur toute la profondeur, on obtient $\bar{C}_{MES F}$ en fonction de \bar{C}_{MES} :

$$\bar{C}_{MES F} = \frac{\bar{C}_{MES} Kr H \exp (Kr H)}{\exp (Kr H) - 1} \quad (2.52)$$

2.4.4.3.- Modèles de tassement utilisés en dynamique sédimentaire.

2.4.4.3.1.- Etudes réalisés au LCHF.

Un grand nombre d'essais de tassement des vases ont été réalisés au LCHF, en utilisant des tubes transparents de 0,10 m de diamètre. Ces essais ont permis d'étudier l'influence dans le tassement des paramètres suivants : hauteur initiale du dépôt ; concentration initiale du dépôt ; nature du milieu aqueux ; nature de la vase.

L'analyse descriptive des résultats du LCHF, vaut pratiquement pour toutes les vases (Migniot [45]). La courbe donnant la concentration moyenne du culot de tassement en fonction du temps permet de distinguer plusieurs phases successives (Fig. II.14) :

- 1.- Le temps de floculation de quelques minutes en moyenne.
- 2.- La chute de flocons à vitesse entravée.
- 3.- La première phase de tassement avec écrasement des flocons.
- 4.- La seconde phase dans laquelle l'eau est évacuée plus lentement par porosité. Des puits de drainage préférentiel peuvent apparaître.
- 5.- La troisième phase de tassement, très lente, qui correspond à un arrangement de la structure du dépôt et à la perte d'eau des couches adsorbées.

La description précédente concerne aussi bien le tassement par sédimentation au début du processus, que le tassement par consolidation à partir d'une concentration caractéristique, propre à chaque complexe vase-eau, pour laquelle les flocons se touchent et forment un réseau continu tridimensionnel.

Les trois dernières phases de tassement peuvent être décrites par une loi reliant la concentration moyenne du dépôt \bar{C} , au temps t .

$$\bar{C} = \alpha \log_{10} t + \beta \quad (2.53)$$

où : α , est un facteur qui dépend du complexe sol-eau ; et β , un facteur lié au milieu aqueux.

La mesure de la concentration à l'intérieur du culot révèle également un gradient entre la surface et le fond. Après un temps de tassement semi-infini, la loi de la variation de la concentration avec la profondeur est :

$$C = C_s + n_1 \log_{10} h \quad (2.54)$$

où : C_s , est la concentration à la surface du dépôt (kg m^{-3}) ; h la profondeur en cm ($h \geq 1$ cm) ; et n_1 , un paramètre dépendant de la nature du complexe sol-eau, pour les vases marines étudiées au LCHF, les valeurs de n sont comprises entre 50 et 80.

Influence de la hauteur initiale du dépôt.

Des essais réalisés au LCHF montrent qu'un dépôt tend vers une asymptote des tassement d'autant plus rapidement que l'épaisseur initiale du dépôt est plus faible ; par contre, la concentration moyenne finale du culot est d'autant plus importante que la hauteur initiale du dépôt est plus grande (Migniot [45]) (Fig. II.15).

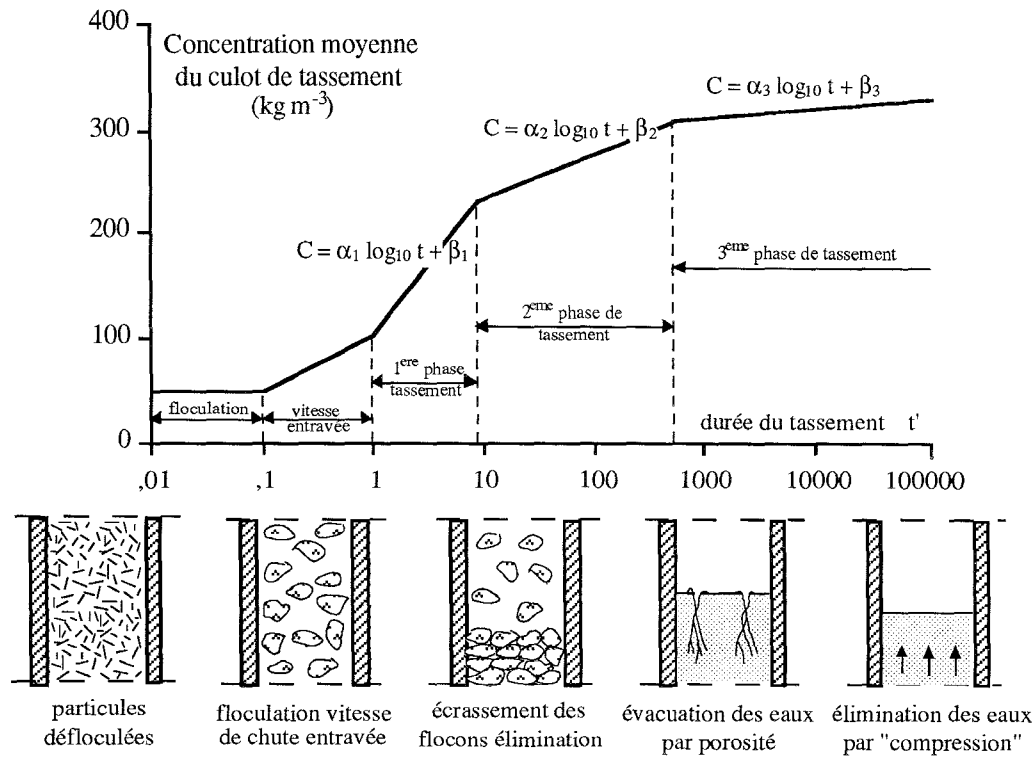


Fig. II.14.- Phases de tassement de la vase (d'après Migniot [45]).

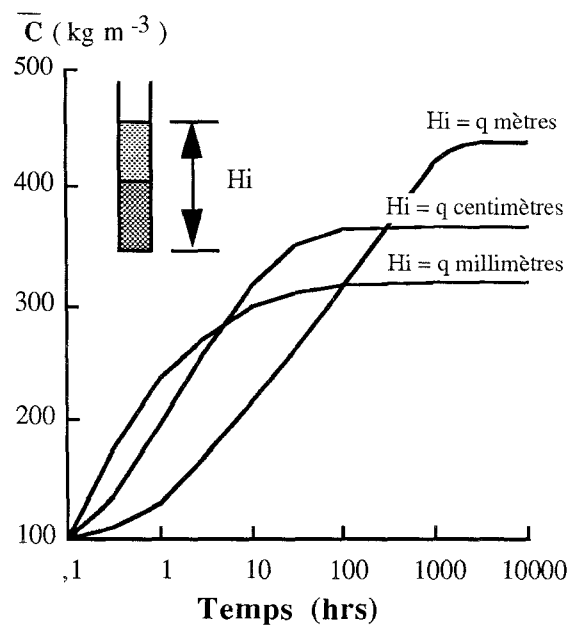


Fig. II.15.- Influence de l'épaisseur initial du dépôt sur le tassement (d'après Migniot [45]).

Influence de la concentration initiale du dépôt.

D'autres essais de tassement réalisés au LCHF sur des éprouvettes ayant une hauteur initiale constante mais avec des concentrations initiales variables montrent que la concentration moyenne finale est d'autant plus importante que la concentration initiale du dépôt est plus forte. La vitesse de tassement est au début d'autant plus rapide que la concentration initiale est plus faible et la phase de tassement se prolonge sur des durées d'autant plus longues que la concentration initiale est plus élevée (Migniot [45]).

2.4.4.3.2.- Modèle proposé par Hayter.

Des essais de tassement réalisés en laboratoire par Parchure [49] (tassement de kaolinite dans un milieu aqueux salé), Owen [48] (boue de Avonmouth, RU, composée essentiellement d'illite), et Dixit [21] (kaolinite dans de l'eau douce), sont résumés par Dixit (in Hayter [28]), dans la figure II.17, où il montre l'évolution du quotient de la concentration moyenne du dépôt \bar{C} par la concentration moyenne finale asymptotique \bar{C}_∞ , en fonction du temps de tassement.

Dixit a aussi étudié l'évolution de la concentration en fonction de la profondeur, pour ceci, il utilise les deux rapports adimensionnels suivants :

- Concentration relative, définie comme étant le quotient de la concentration $C(z_b)$ dans un point placé à une profondeur z_b de la surface, par la concentration moyenne du dépôt.
- Niveau relatif z' , définie par : $z' = (H - z_b) / H$, où : H est l'épaisseur totale du dépôt.

L'évolution de la concentration relative en fonction du niveau relatif, pour différents temps de tassement est montrée dans la figure II.16.

A partir du rassemblement des mesures de tassement réalisé par Dixit (Fig. II.16 et II.17), Hayter [28] propose un modèle empirique pour étudier le tassement dont l'algorithme est essentiellement le suivant :

- 1.- La concentration moyenne finale du matériau \bar{C}_∞ , associée au temps de tassement totale $T_{dc\infty}$, sont déterminés à partir d'essais en laboratoire sous le critère suivant :

$$\frac{\bar{C}(t) - \bar{C}(t - \Delta t)}{\bar{C}(t)} < 10^{-3} \quad \text{avec : } \Delta t = 24 \text{ hrs} \quad (2.55)$$

D'après la Fig. II.17, $T_{dc\infty} = 150 \text{ hrs}$.

2.- La concentration moyenne du dépôt est déterminée par l'équation suivante :

$$\frac{\bar{C}(T_{dc})}{\bar{C}_{\infty}} = 1 - \exp\left(\frac{-p T_{dc}}{T_{dc\infty}}\right) \quad (2.56)$$

où : T_{dc} , est le temps de tassement ;

f et p des paramètres propres à chaque matériau.

L'analyse par moindres carrés des données de la figure II.16, permet à Hayter de déterminer :
 $f = 0,845$ et $p = 6,756$.

3.- Hayter approche les gradients de concentrations à l'intérieur du dépôt (Fig. II.17) par :

$$\frac{C(z_b)}{\bar{C}} = A \left(\frac{H - z_b}{H} \right)^B \quad (2.57)$$

Les valeurs de A et de B sont fonction du temps de tassement T_{dc} et de la profondeur relative z' . Pour tout z' et $T_{dc} > 48$ hrs de même que pour tout T_{dc} et $z'_{\max}(T_{dc}) < z' < 1$, les valeurs de A et de B sont constantes ; pour $T_{dc} < 48$ hrs et $0 < z' < z'_{\max}(T_{dc})$, A et B sont variables avec T_{dc} . Des valeurs de A , de B et de z'_{\max} correspondant à l'ajustement des courbes de la figure II.17 sont donnés dans le Tableau No. 2.4.

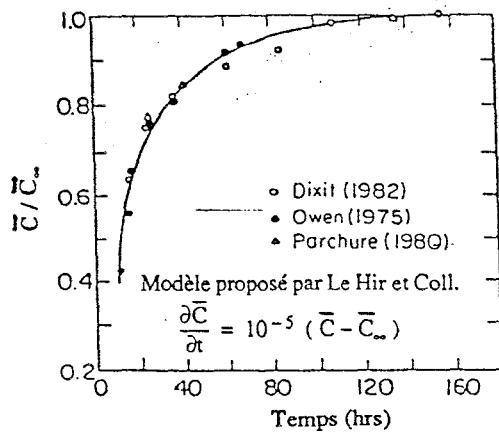


Fig II.16.- Evolution de $\bar{C} / \bar{C}_{\infty}$, avec le temps de tassement (d'après Dixit [21], in Hayter [28]).

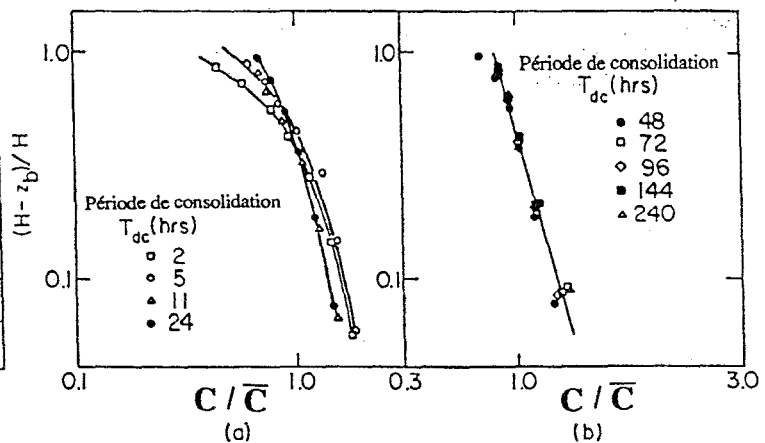


Fig. II.17.- Evolution de la tassement relative, avec la profondeur relative et le temps de tassement (d'après Dixit [21], in Hayter [28]).

T_{dc} (heures)	A	B	z'_{\max}
2,0	0,36	- 1,40	0,43
5,0	0,48	- 0,72	0,60
11,0	0,62	- 0,45	0,76
24,0	0,66	- 0,50	0,84
$\geq 48,0$	0,80	- 0,29	1,00

Tableau No. 2.4.- valeurs de A , de B et de z'_{\max} en fonction du temps de tassement T_{dc} [28].

2.4.4.3.3.- Modèle proposé par Le Hir et coll.

Le Hir et coll [40], d'après la revue des mesures effectuée par Dixit [21] (Fig. II.17), proposent un modèle empirique sous la forme d'une équation différentielle relative à la concentration par rapport au temps, à savoir :

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = \alpha_o (\bar{C}_\infty - \bar{C}) \quad (2.58)$$

où : α_o , est un coefficient dépendant du complexe sol-eau ; pour les données de la figure II.16

$$\alpha_o = 10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

Cette dernière équation a l'avantage sur l'équation (2.56), d'éliminer le temps de tassement comme paramètre.

2.4.4.4.- Modèles d'érosion.

2.4.4.4.1.- Processus d'érosion.

Les études d'érosion réalisées en canal au LCHF, montrent que les mécanismes d'érosion sont très différents suivant la concentration des dépôts de vase.

Pour les **sédiments peu concentrés** de type crème de vase, l'érosion se produit par bouffées, on voit d'abord apparaître une ondulation à l'interface, puis celle-ci s'amplifie, déformant de plus en plus la couche de sédiments ; ceux-ci sont finalement entraînés sous forme de filets de vase, puis dilués dans l'eau du courant superficiel (Périgaud [52]).

On constate également un déplacement général de la vase du fond dans le sens du courant [10].

Pour les **sédiments très concentrés** l'érosion se produit par l'arrachement de petits copeaux de matériau [52]. Ces copeaux de matériau se diluent très difficilement dans les eaux et sont transportés en forme de galets de faible masse volumique mais forte cohésion. Dans la plupart de cas, l'érosion prend naissance à partir d'un point préférentiel (particules de sable, puits de drainage, etc.).

2.4.4.4.2.- Modèle pour déterminer le début d'érosion.

La condition critique d'érosion correspond à l'équilibre entre la tension de cisaillement maximum τ_{\max} , provoquée par un écoulement sur un dépôt, et les forces électrostatiques interparticulaires. **Partheniades** [50], considère que pour un matériau donné, les forces interparticulaires c' sont

constantes et proportionnelles à la cohésion c , et que la tension de cisaillement maximum au fond $\tau_{o \max}$ est proportionnelle à la tension de cisaillement au fond τ_o . Dans ces conditions, le critère de d'érosion peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\tau_{o \max}}{c'} = \frac{k_1'}{k_1''} \geq 1 \quad (2.59)$$

où : k_1' et k_1'' , sont des constantes de proportionnalité.

Owen [48], à partir des mesures d'érosion faites en laboratoire sur une boue de Avonmouth, RU, propose de relier la tension de cisaillement au fond critique d'érosion τ_{oc} , avec la concentration, par la loi suivante (Fig. II.18) :

$$\tau_{oc} = 6,85 \times 10^{-6} C^{2,44}$$

Des essais d'érosion réalisés au LCHF, montrent que la vitesse de cisaillement critique d'érosion en fonction de la concentration est donnée en première approximation par (Fig. II.19) :

$$u_{*c} = E_1 C \quad \text{pour de matériaux peu concentrés}$$

$$u_{*c} = E_2 C^2 \quad \text{pour de matériaux très concentrés}$$

où : E_1 et E_2 sont des facteurs dépendant de la nature des complexes sol-eau, qui peuvent varier dans de proportions de 1 à 5, voire de 1 à 10, d'un sédiment à l'autre.

En portant les vitesses de cisaillement critiques d'érosion u_{*c} , en fonction de la rigidité initiale du matériau τ_y , qui ont été mesurée au LCHF, Migniot [46] observe que l'ensemble de points de mesures se groupe, quels que soit les complexes eau-sol étudiés, autour de deux courbes répondant aux équations suivantes :

$$u_{*c} = 0,013 \tau_y^{0,25} \quad \text{pour : } \tau_y \leq 3 \text{ Pa} \quad (2.60)$$

$$u_{*c} = 0,009 \tau_y^{0,5} \quad \text{pour : } \tau_y \geq 3 \text{ Pa} \quad (2.61)$$

D'après l'équation (2.61), la tension de cisaillement critique d'érosion en fonction de la rigidité initiale des vases plastiques est :

$$\tau_{oc} = \rho_o (0,009)^2 \tau_y \quad (2.62)$$

D'autre part, des mesures de la cohésion non drainée c_u , réalisées au LCHF à l'aide d'un scissomètre, montrent que les valeurs de c_u sont assez comparables et autour de 3 fois supérieures à celles de la rigidité initiale. Si l'on considère que la masse volumique du fluide est de 1000 kg m^{-3} , l'équation (2.62) se transforme en :

$$\tau_{oc} = 0,027 c_u \quad (2.63)$$

Cette équation est équivalente au critère d'érosion proposé par Partheniades (équation (2.59)), si $k_1' / k_1'' = 0,027$; donc, la loi de début d'érosion du LCHF pour les vases très concentrées confirme la proportionnalité entre τ_{oc} et la cohésion du matériau du fond.

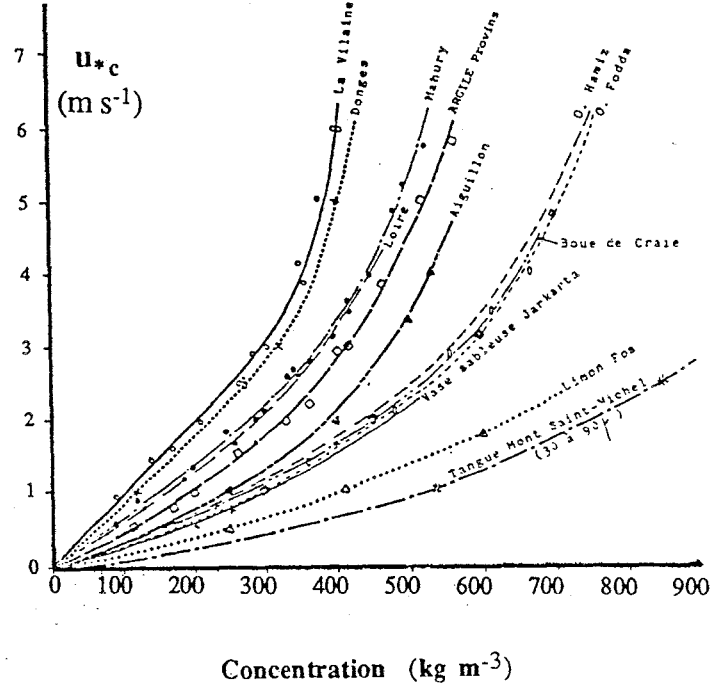
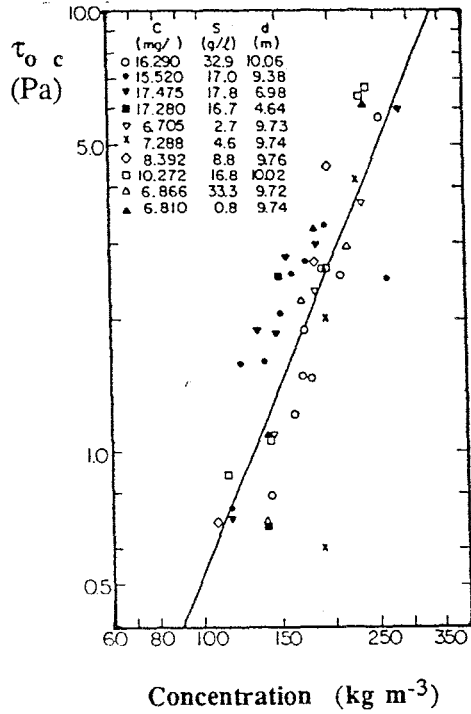


Fig II.18.- Tension de cisaillement critique d'érosion, en fonction de la concentration du dépôt (d'après Owen [48] in Hayter [28]). Fig II.19.- Vitesses de cisaillement critiques d'érosion des différentes vases en fonction de leur concentration. (in Migniot [46]).

2.4.4.4.3.- Modèles pour le débit d'érosion.

Le débit d'érosion Q_E , est défini comme étant la débit solide mis en suspension par unité du surface du lit d'un dépôt et par unité de temps. Dans l'état actuel de la connaissance, il est supposé que le débit d'érosion dépend linéairement de l'excès de la tension de cisaillement sur le fond par rapport à la tension de cisaillement critique d'érosion (Partheniades [50] et Bonnefille [10]).

$$*** \quad Q_E = M \left(\frac{\tau_o - \tau_{oc}}{\tau_{oc}} \right) \quad (2.64)$$

où : M est une constante d'érodibilité propre à chaque complexe sol-eau ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$).

D'après une étude sur plus de 200 échantillons de matériaux cohésifs naturels et préparés, Ariathurai et al [4] confirment la linéarité de l'équation (2.64). Ils trouvent que pour les

matériaux étudiés, les valeurs de M sont comprises entre $0,0005 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ et $0,005 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ et constatent une augmentation de M avec la température.

Cormault [18], expérimentant sur un écoulement uniforme, avec de la vase de Gironde, ajuste une loi permettant de déterminer la valeur de M en fonction de la concentration du dépôt.

$$M = 0,55 \left(\frac{C}{1000} \right)^3 \quad (2.65)$$

Le LCHF utilise la formule suivante pour déterminer le débit d'érosion (Migniot [46]).

$$Q_E = M' (\tau_o - \tau_{oc})^{3/2} \quad (2.66)$$

où : M' , est un coefficient propre à chaque matériau, qui vaut 0,330 pour les vases de la Loire, 0,180 pour des boues de craie, et 0,160 pour les vases équatoriales de Wouri.

Mehta et Partheniades [43], observent que pour des boues très peu concentrées, le débit d'érosion augmente exponentiellement avec l'excès de tension de cisaillement " $\tau_o - \tau_{oc}$ ". ils proposent la formule suivante :

$$Q_E = \varepsilon_i \exp \left(\alpha_i \frac{\tau_o - \tau_{oc}}{\tau_{oc}} \right) \quad (2.67)$$

où : ε_i et α_i , sont des constantes propres à chaque matériau. Ces constantes ont une grandeur de l'ordre de : $\varepsilon_i \approx 0,2 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ et $\alpha_i \approx 10$.

2.4.4.5.- Déplacement de la vase par le fond.

Un écoulement d'eau sur un dépôt horizontal de vase provoque une tension de cisaillement $\tau_{o,zx}$, à l'interface vase-eau ($z = z_o$). Théoriquement, si le comportement du complexe vase-eau est pseudoplastique (cas des suspensions de vase), cette tension de cisaillement entraîne un gradient de vitesses à l'intérieur du dépôt de vase ; si la tension de cisaillement se maintient pendant une période très longue (régime permanent) le gradient de vitesses tend vers une limite non nulle.

Si le comportement de la vase est plastique, le dépôt de vase reste statique dans le cas où sa rigidité initiale est supérieure à la tension de cisaillement $\tau_{o,zx}$; lorsque la tension de cisaillement à l'interface, est supérieure à la rigidité initiale du complexe vase-eau, un gradient apparaît à l'intérieur du dépôt.

Si le dépôt de vase à une pente dans la direction de l'écoulement, et si l'écoulement est permanent, le vecteur tension de cisaillement qui vaut $\tau_{o,zx}$ à l'interface, présente un gradient à l'intérieur du dépôt donné par (Fig. II.20) :

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = - S_v \rho_v g \quad (2.68)$$

où : S_v , est la pente dans la direction x de l'écoulement, de la surface du dépôt de vase ;
et ρ_v , la densité du complexe vase eau (kg m^{-3}).

2.4.4.5.1.- Modèles de déplacement de la vase par le fond.

Pour un écoulement de vase en régime permanent et laminaire, on peut calculer le gradient de vitesses à l'aide d'un modèle rhéologique approprié, en associant les paramètres du modèle choisie à la concentration et éventuellement à la température.

Ainsi, suivant le modèle utilisé, on a :

Modèle pseudoplastique de "loi de puissance".

$$\frac{d u_v}{dz} = \left(\frac{\tau_{zx}}{m} \right)^{1/n} \quad \text{avec : } \begin{cases} m = \phi_1 (C, \theta) \\ n = \phi_2 (C, \theta) \end{cases}$$

où : u_v , est la vitesse du complexe vase-eau (m s^{-1}).

Modèle plastique de Bingham.

$$\frac{d u_v}{dz} = \frac{\tau_{zx} - \tau_B}{\eta_B} \quad \text{avec : } \begin{cases} \tau_B = \phi_3 (C, \theta) \\ \eta_B = \phi_4 (C, \theta) \end{cases}$$

Modèle plastique de Casson.

$$\frac{d u_v}{dz} = \left(\frac{\sqrt{\tau_{zx}} - \sqrt{\tau_c}}{\sqrt{\eta_c}} \right)^2 \quad \text{avec : } \begin{cases} \tau_c = \phi_5 (C, \theta) \\ \eta_c = \phi_6 (C, \theta) \end{cases}$$

Dans la nature, les dépôts de vase présentent un gradient vertical de concentrations, ce que confère au matériau, des caractéristiques rhéologiques différents suivant la profondeur.

Dans le cas de dépôts de vase stratifiés, on les subdivise en une quantité finie de sous-couches, à l'intérieure desquelles la concentration et la tension de cisaillement sont considérées constantes.

Le profil de vitesses peut être calculé en tenant compte de la condition au limite

$$u_v = 0 \quad \text{pour : } z = z_{FF}$$

où : z_{FF} , est le niveau du fond fixe (vase très concentrée) (m).

2.4.4.5.2.- Conditions pour qu'un écoulement de vase soit turbulent.

La condition de turbulence pour un écoulement d'un fluide newtonien, dans un canal rectangulaire, est que le nombre de Reynolds \mathcal{R} , soit supérieure d'une valeur critique d'environ 2000.

$$\mathcal{R} = 4 \frac{\bar{U} H \rho}{\mu} \quad (2.69)$$

où : H , le tirant du fluide (m) ;

\bar{U} , est la vitesse moyenne d'écoulement (m s^{-1}) ;

ρ , la densité du fluide newtonien (kg m^{-3}) ;

et μ , la viscosité dynamique du fluide (Pa s).

Afin de déterminer le seuil de turbulence pour un écoulement permanent, d'une vase homogène à surface libre, Valembois et Migniot [71], proposent d'utiliser un nombre de Reynolds défini pour les fluides non-newtoniens par :

$$\mathcal{R} = 4 \frac{\bar{u}_v H_1 \rho_v}{\eta_{z_{FF}}} \quad (2.70)$$

où : H_1 , est l'épaisseur de la vase ayant un gradient de vitesses (m) ;

\bar{u}_v , la vitesse moyenne de la vase sur l'épaisseur H_1 (m s^{-1}) ;

$\eta_{z_{FF}}$, la viscosité dynamique équivalente à la paroi (au fond fixe) (Pa s), définie par :

$$\eta_{z_{FF}} = \frac{(du_v/dz)_{z=z_{FF}}}{\tau_{zx} z=z_{FF}} \quad (2.71)$$

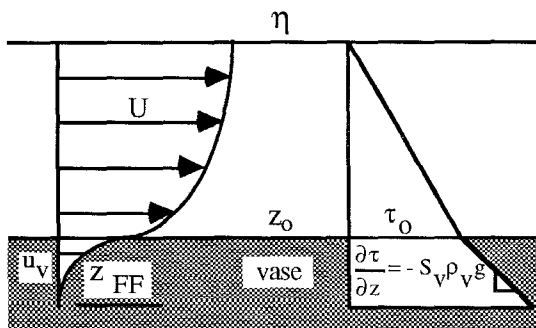


Fig. II.20- Gradient de tension de cisaillement pour un écoulement permanent.

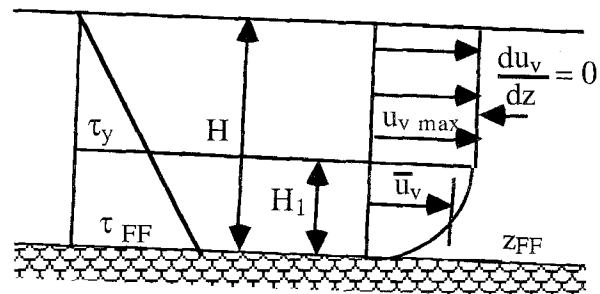


Fig. II.21.- Déplacement d'un dépôt de vase homogène à surface libre.

3.- Etude rhéologique de la vase de la Loire.

Nous avons réalisé en laboratoire, l'étude rhéologique de 2 échantillons de vase reconstituée de l'estuaire de la Loire :

L'étude de l'**échantillon 1**, réalisé en Juin 1989, sur une vase provenant du chenal principal de l'estuaire, nous permet de mettre en évidence l'importance de la température sur la rigidité initiale et sur la viscosité apparente du matériau.

L'étude de l'**échantillon 2**, réalisée en Février 1991, concerne une vase prélevée du Port de plaisance de Trentemoult le 23 janvier 1991; cette étude nous permet de déterminer l'influence de la concentration sur le comportement rhéologique.

3.1.- CARACTERISTIQUES DE LA VASE DE LA LOIRE.

3.1.1.- Phase Argileuse.

Roger [58], appuyé sur trois campagnes de prélèvement d'échantillons de sédiments réalisées entre Janvier et Septembre 1984 tout le long de l'estuaire de la Loire, observe une stabilité dans le temps des composantes de la phase argileuse et détermine que la vase de l'estuaire est composée en moyenne de :

30,0 % de smectite.

32,5 % d'illite.

26,5 % de kaolinite.

11,0 % de chlorite.

Les profils moyens de distribution de composants de la phase argileuse des sédiments de la Loire sont montrés dans la figure III.1.

3.1.2.- Granulométrie.

Nous avons réalisé une analyse granulométrique de l'échantillon de la vase de la Loire à Trentemoult, ayant été utilisé dans nos essais rhéologiques. L'appareil utilisé est un granulomètre "Malvern 3600E", propriété du LCPC-Nantes (Roger [58]).

Cette analyse granulométrique nous permet de déterminer les paramètres granulométriques suivants :

$$D_{10} = 4,40 \text{ microns.}$$

$$D_{50} = 12,1 \text{ microns.}$$

$$D_{60} = 16,0 \text{ microns.}$$

$$D_{90} = 40,9 \text{ microns.}$$

Deux modes apparaissent :

$$\text{Mode}_1 (11,3 \%) \text{ pour : } 6,20 < D < 7,90 \text{ microns.}$$

$$\text{Mode}_2 (10,5 \%) \text{ pour : } 13,0 < D < 16,7 \text{ microns.}$$

Si l'on utilise le rapport D_{60}/D_{10} pour déterminer le degré d'uniformité de la granulométrie comme dans le cas des sols granulaires, on obtient :

$$D_{60} / D_{10} = 3,64 ,$$

ce qui correspond à une granulométrie dispersée. Dans la figure III.2 sont montrés la courbe de répartition granulométrique de notre échantillon, ainsi que le fuseau contenant les courbes granulométriques de la vase de la Loire mesurées par Roger [58] .

3.1.3.- Matière organique.

La matière organique de la vase étudiée en laboratoire, représentée par les matières volatiles à 550° C, après 3 heures au four, a une valeur moyenne de 9,22 %, sur 6 éprouvettes analysées.

3.1.4.- Limites d'Atterberg.

Les limites d'Atterberg correspondant toujours à l'échantillon de vase de la Loire à Trentemoult, sont les suivantes :

$$\text{Limite de liquidité} = 151,25 \%$$

$$\text{Limite de plasticité} = 35,15 \%$$

$$\text{Indice de plasticité} = 116,1 \%$$

La masse volumique de la phase solide est :

$$\rho_s = 2550 \text{ kg m}^{-3}.$$

La limite de liquidité correspond à une concentration de 525 kg m⁻³, et la limite de plasticité à une concentration de 1345 kg m⁻³. La concentration de la vase in-situ, était de 373 kg m⁻³ (w = 229 %).

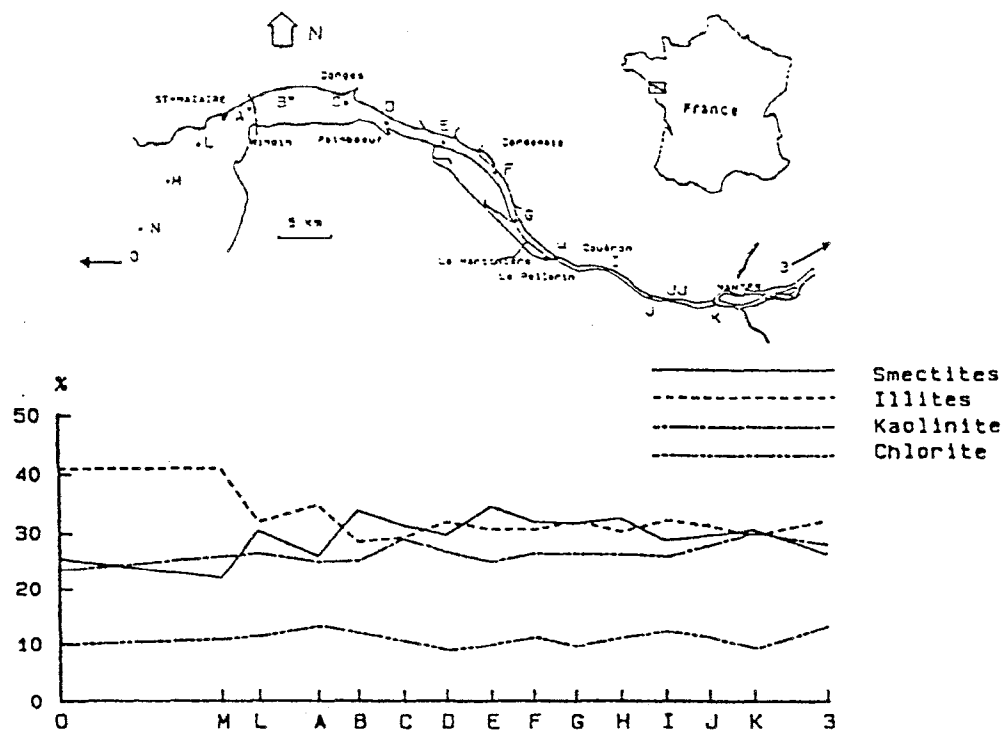


Fig III.1.- Profils moyens du cortège argileux de la vase de la Loire (d'après Roger [58]).

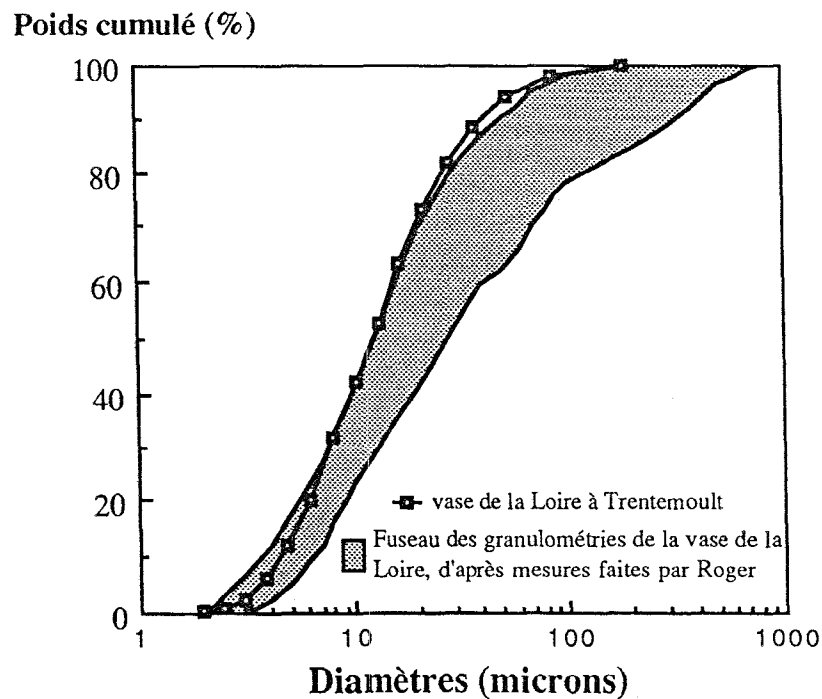


Fig III.2.- Courbe granulométrique de la vase de la Loire à Trentemoult (échantillon 2), et fuseau des courbes granulométriques de la vase de la Loire (d'après une série des mesures faites par Roger [58]).

3.2.- RHEOLOGIE DES VASES.

Dans ce travail, on considère que tous les paramètres non-mécaniques restent constants dans le temps, ainsi, à une contrainte appliquée sur la vase, correspond une déformation ne dépendant que des facteurs mécaniques.

On considère aussi, que pour une vase donnée, ses **propriétés** dépendent exclusivement de la température et de la concentration en matières sèches. On appelle propriétés d'un corps, l'ensemble des déformations correspondantes aux différentes contraintes (Anglès d'Auriac [3]). On dit que deux corps ont les mêmes propriétés, si toute contrainte s'accompagne de déformations identiques sur l'un et l'autre corps.

Enfin, on considère la vase comme un fluide non-newtonien et son comportement est assimilé à celle d'un fluide newtonien [12].

Fluide newtonien : $\tau = \mu \frac{du}{dz}$ où : μ , est la viscosité dynamique (Pa s), constante pour une température donnée.

Fluide non-newtonien : $\tau = \eta \frac{du}{dz}$ où : η , est la viscosité dynamique apparente (Pa s), fonction de du/dz et de la température.

où : τ est la tension de cisaillement (Pa) ;
et du/dz , la vitesse de déformation (s^{-1}).

3.2.1.- Modèles rhéologiques utilisés.

Dans ce travail, la rigidité initiale de la vase τ_y , est déterminée en analogie avec les seuils de plasticité du modèle de Bingham τ_B et du modèle de Casson τ_c ; cette rigidité initiale caractérise le comportement rhéologique de la vase.

3.2.2.- Essais rhéométriques.

3.2.2.1.- Appareillage.

Les essais rhéométriques sont réalisés à l'aide d'un appareil "Rheomat 108" (rhéomètre à cylindres coaxiaux avec le cylindre extérieur stationnaire) propriété du Laboratoire d'Hydrodynamique Navale de l'Ecole Centrale de Nantes. Cet appareil permet de mesurer pour un gradient de vitesse fixe : la viscosité apparente [Pa s] ; la tension de cisaillement [Pa] ; le couple de mesure [m N m] ; la température [$^{\circ}$ C] ; et le gradient de vitesse [s^{-1}] (Fig. III.3).

La gamme des viscosités mesurables va de 0,01 à 500 Pa s, et le domaine de gradient de vitesses de 7,61 à 1290 s^{-1} .

3.2.2.2.- Echantillonnage.

Les grosses particules sont éliminées à l'aide d'un tamis de 1 mm, puis, la formation d'échantillons à des différentes concentrations est faite par addition d'eau.

L'homogénéisation est faite à l'aide d'une tige à palette tournant à la vitesse la plus faible possible afin de ne pas affecter la structure interne de la vase.

La vérification de la concentration est trouvée par la différence de poids entre un échantillon brut et le même échantillon passé 24 h à l'étuve.

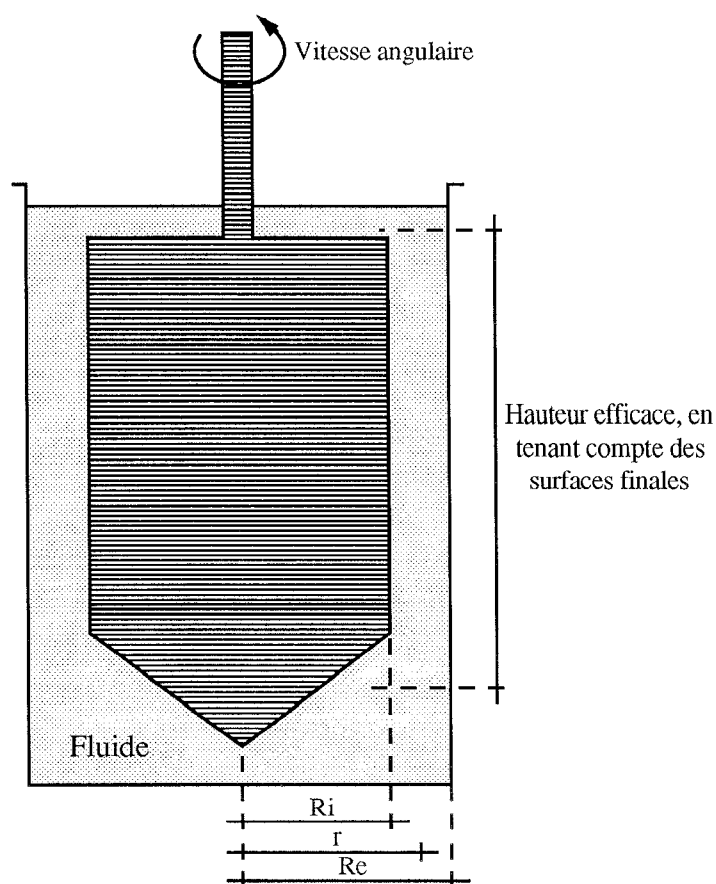


Fig. III.3.- Diagramme illustrant un rhéomètre rotatif à cylindres coaxiaux.

3.2.2.3.- Remarques.

Dans les rhéomètres à cylindres coaxiaux, l'augmentation du diamètre du cylindre intérieur et du godet de mesure, provoque l'apparition plus rapide des conditions de turbulence. Lorsque le cylindre intérieur tourne et le cylindre extérieur reste stationnaire, les particules près du cylindre intérieur ont une force centrifuge plus grande que celles qui en sont éloignées. Il en résulte la production de "vortex de Taylor". Par contre, la rotation du cylindre extérieur stabilise plus longtemps l'écoulement. Taylor (in Ritchard[56]), détermine que la valeur du nombre de Reynolds critique \mathcal{R}_c , pour laquelle les vortex apparaissent est :

$$\mathcal{R}_c = 41,30 \sqrt{\frac{Re}{Re - Ri}}$$

Le nombre de Reynolds \mathcal{R} , est défini par :

$$\mathcal{R} = \frac{2 v r \rho}{\eta}$$

où : v , est la vitesse de rotation ($m s^{-1}$) ;

η , la viscosité du fluide (Pa s) ;

ρ , la masse volumique du fluide ($kg m^{-3}$) ;

Re , le rayon du cylindre extérieur (m) ;

Ri , le rayon du cylindre intérieur (m) ;

et, r , le rayon moyen (m).

$$r = \frac{Re + Ri}{2}$$

L'écoulement est également considéré comme turbulent si \mathcal{R} est supérieur à 2100.

Trois remarques de Vand [72] (in Chavarria [15]) sont observées :

- 1) Pour obtenir un tension de cisaillement uniforme la distance **Re-Ri** doit être la plus petite possible.
- 2) Pour maintenir le matériau homogène, **Re-Ri** doit être au moins égal à 20 fois le diamètre des particules.
- 3) Pour des suspensions très concentrées, la rugosité de la surface de la paroi doit être au moins comparable à la taille maximale des particules.

3.2.2.4.- Mode opératoire.

Le matériau est mis en place et est laissé au repos pendant 10 minutes afin qu'il récupère sa résistance initiale.

Le balayage de toute la plage des vitesses est effectué avec un palier d'une minute pour chaque gradient de vitesse.

Le balayage de la plage des vitesses est fait dans deux sens, d'abord en sens ascendant, puis en sens descendant.

Pour chaque essai la température est relevée.

Les paramètres des modèles rhéologiques sont déterminés par moindres carrés, à partir des tensions de cisaillement mesurées pendant la phase de balayage descendant de la plage de vitesses.

3.2.2.5.- Gradients de vitesse utilisés.

De façon à travailler dans les limites du "Rheomat 108", les gradients de vitesse utilisés dans nos essais, selon la concentration du matériau et le modèle rhéologique sont :

Echantillon 1.

Etude de l'influence de la température sur le comportement rhéologique de la vase.

$$\frac{du}{dz} = 64,6 ; 99,1 ; 152 ; 233 ; 358 ; 549 ; 842 ; \text{ et } 1290 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{pour : } C = 304,8 \text{ kg m}^{-3} \quad \text{et} \quad \theta = 12 ; 18 ; 21 ; 31 ; \text{ et } 36^{\circ} \text{ C}$$

Echantillon 2.

Détermination du seuil de plasticité de Bingham :

$$\frac{du}{dz} = 7,61 ; 11,6 ; 17,9 ; 27,5 ; 42,1 ; 64,7 ; 99,2 ; \text{ et } 152 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{pour : } \theta = 12^{\circ} \text{ C} \quad \text{et} \quad C = 286,0 ; 314,5 ; \text{ et } 326,5 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\frac{du}{dz} = 233 ; \text{ et } 358 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{pour : } \theta = 12^{\circ} \text{ C} \quad \text{et} \quad C = 168,6 ; 204,9 ; \text{ et } 258,7 \text{ kg m}^{-3}$$

Détermination des paramètres du modèle de Casson.

$$\frac{du}{dz} = 233 ; 358 ; 549 ; 842 ; \text{ et } 1290 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{pour : } \theta = 12^{\circ} \text{ C} \quad \text{et} \quad C = 168,6 ; 204,9 ; \text{ et } 258,7 \text{ kg m}^{-3}$$

3.2.3.- Résultats obtenus.

Echantillon 1.

Nous avons mesuré sur la vase de l'échantillon 1 ($C = 304,8 \text{ kg m}^{-3}$), la viscosité apparente et la tension de cisaillement, en fonction du gradient des vitesses, pour les températures suivantes : 12° C ; 18° C ; 21° C ; 27° C ; 31° C ; et 36° C (Fig. III.4 et Fig. III.5).

Nous observons, que les valeurs de la viscosité apparente et celles du seuil de plasticité de Bingham, augmentent lorsque la température diminue. Ces variations dans les valeurs de η et de τ_B avec la température sont très semblables à celle de la viscosité de l'eau μ_{eau} (Fig. III.6 et Fig. III.7). Nous approchons ces variations par :

$$\eta_{\theta} = \eta_{\theta_0} \frac{\mu_{\text{eau } \theta}}{\mu_{\text{eau } \theta_0}} \quad \text{et} \quad \tau_{B \theta} = \tau_{B \theta_0} \frac{\mu_{\text{eau } \theta}}{\mu_{\text{eau } \theta_0}} \quad (3.1)$$

où : l'indice θ correspond à une température quelconque ($^\circ \text{ C}$) ;
et l'indice θ_0 , correspond à une température ($^\circ \text{ C}$) de référence (dans ce travail nous avons pris $\theta_0 = 18^\circ \text{ C}$).

D'autre part, un lissage de la viscosité de l'eau, en fonction de la température, nous permet d'obtenir l'approche suivante :

$$\mu_{\text{eau}} = 1,7108 \times 10^{-3} \exp(-0,0258 \theta) \quad \text{valable pour : } 4^\circ \text{ C} < \theta < 38^\circ \text{ C} \quad (3.2)$$

où : θ , est la température en $^\circ \text{ C}$.

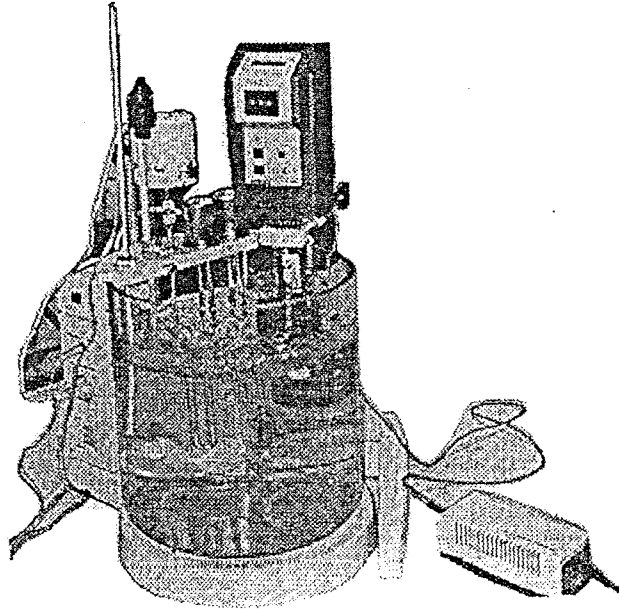


Fig. III.4.- Mise en oeuvre des essais rhéométriques à température variable.

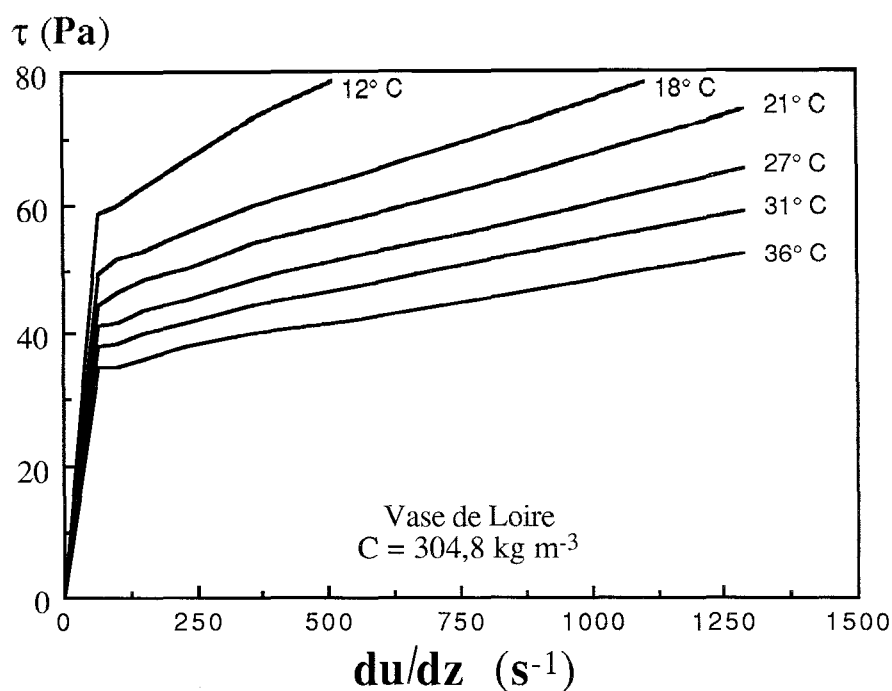


Fig. III.5.- Rhéogramme de la vase de la Loire pour différentes températures.

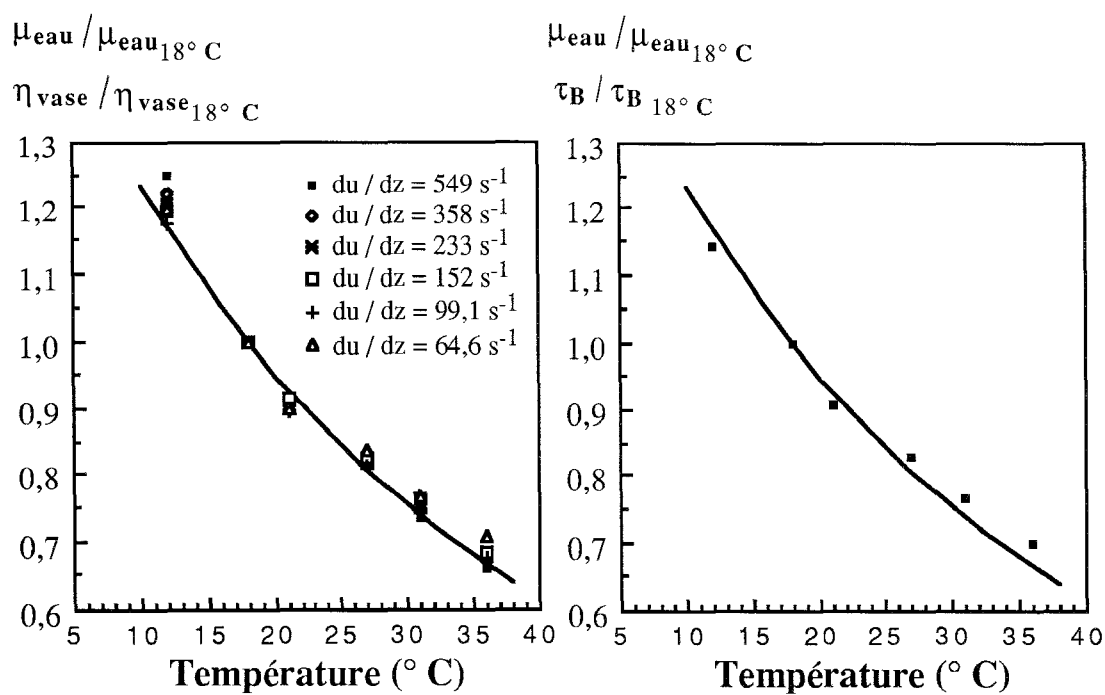


Fig. III.6.- En trait continu : $\mu_{\text{eau}} / \mu_{\text{eau } 18^\circ \text{C}}$,
en fonction de la température.
En pointillé : $\eta_{\text{vase}} / \eta_{\text{vase } 18^\circ \text{C}}$
en fonction de la température.

Fig. III.7.- En trait continu : $\mu_{\text{eau}} / \mu_{\text{eau } 18^\circ \text{C}}$,
en fonction de la température.
En pointillé : $\tau_B / \tau_B 18^\circ \text{C}$
en fonction de la température.

Echantillon 2.

Avec l'échantillon 2, nous avons reconstitué 6 éprouvettes de vase, ayant les concentrations suivantes : $168,6 \text{ kg m}^{-3}$; $204,9 \text{ kg m}^{-3}$; $258,7 \text{ kg m}^{-3}$; $286,0 \text{ kg m}^{-3}$; $314,5 \text{ kg m}^{-3}$; et $326,5 \text{ kg m}^{-3}$.

Les essais rhéométriques sur ces éprouvettes sont réalisés à des températures variant entre 12° C et 14° C ; les résultats montrés par la suite sont corrigés à 12° C moyennant les équations (3.1).

La rigidité initiale de la vase, représentée par le seuil de plasticité de Bingham et de Casson, est déterminée directement par lissage du rhéogramme correspondant à chaque concentration.

Nous avons rapproché τ_y en fonction de la concentration et de la température par la formule générale suivante :

$$*** \quad \tau_y = f_\theta (\theta) a C^b \quad \text{avec : } f_\theta (\theta) = \exp \left(- 0,0258 (\theta - \theta_e) \right) \quad (3.3)$$

où : θ_e , est la température de l'essai rhéologique ($^\circ \text{ C}$) (ici $\theta_e = 12^\circ \text{ C}$) ;

$f_\theta (\theta)$, un fonction introduisant la température.

Les valeurs de **a** et de **b**, selon le domaine de concentration et selon le modèle rhéologique utilisé, sont :

$$\left. \begin{array}{l} a = 1,38 \times 10^{-5} \\ b = 2,5 \end{array} \right\} \quad \text{avec : } \tau_y = \tau_B \quad \text{pour : } 150,00 < C < 269,14 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2,63 \times 10^{-15} \\ b = 6,5 \end{array} \right\} \quad \text{avec : } \tau_y = \tau_B \quad \text{pour : } 269,14 < C < 326,50 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1,235 \times 10^{-15} \\ b = 6,232 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{ll} \text{avec : } \tau_y = \tau_B & \text{pour : } 269,14 < C < 326,50 \text{ kg m}^{-3} \\ \text{avec : } \tau_y = \tau_c & \text{pour : } 150,00 < C < 269,14 \text{ kg m}^{-3} \end{array}$$

La figure III.8 montre la rigidité initiale mesurée en laboratoire sur l'échantillon 2 de la vase de la Loire, en fonction de la concentration pour une température constante $\theta_e = 12^\circ \text{ C}$; cette rigidité initiale correspond au seuil de plasticité du modèle Bingham τ_B , et à celui du modèle de Casson τ_c . A titre indicatif, nous avons ajouté dans cette figure, les résultats obtenus par le Laboratoire Centrale d'Hydraulique de France (in CSEEL [17]) pour la vase de la Loire, avec un viscosimètre à cylindres coaxiaux, de type "Brookfield".

3.2.4.- Mise en évidence de la thixotropie.

Nous avons mis en évidence la thixotropie, par la différence entre la tension de cisaillement mesurée pendant la phase de balayage ascendant et celle mesurée pendant la phase de balayage descendant de la plage de vitesses.

La figure III.9, montre 4 rhéogrammes de ce type, on y observe que l'importance de la thixotropie diminue avec la concentration.

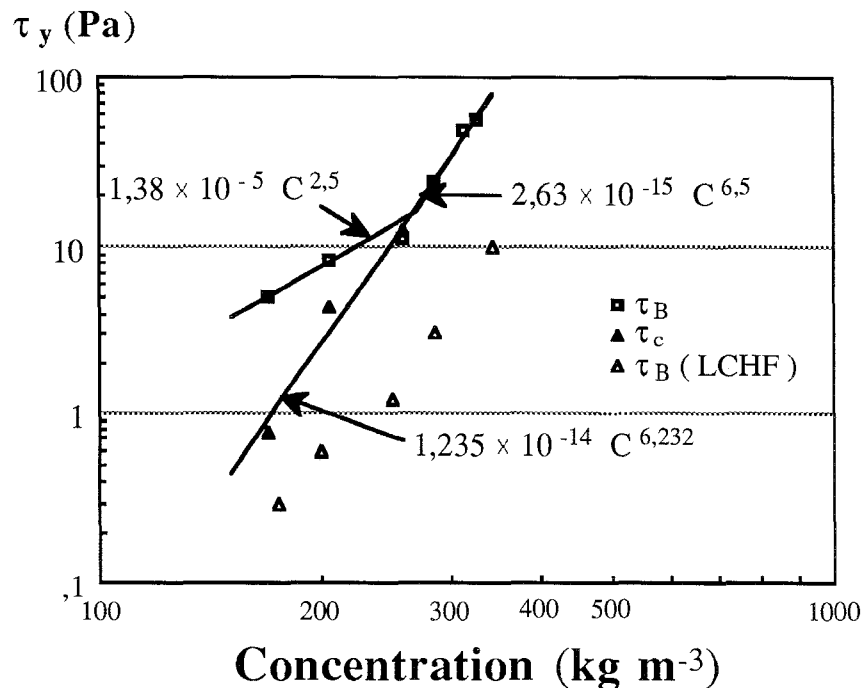


Fig. III.8.- Rigidité initiale de la vase de la Loire en fonction de la concentration ($\theta_c = 12^\circ \text{C}$), déterminée en laboratoire en analogie avec le seuil de plasticité de Bingham τ_B , et celui de Casson τ_c ; à titre indicatif, nous avons ajouté dans cette figure, les résultats obtenus par le LCHF (in CSEEL [17]) pour la vase de la Loire avec un viscosimètre à cylindres coaxiaux, de type "Brookfield".

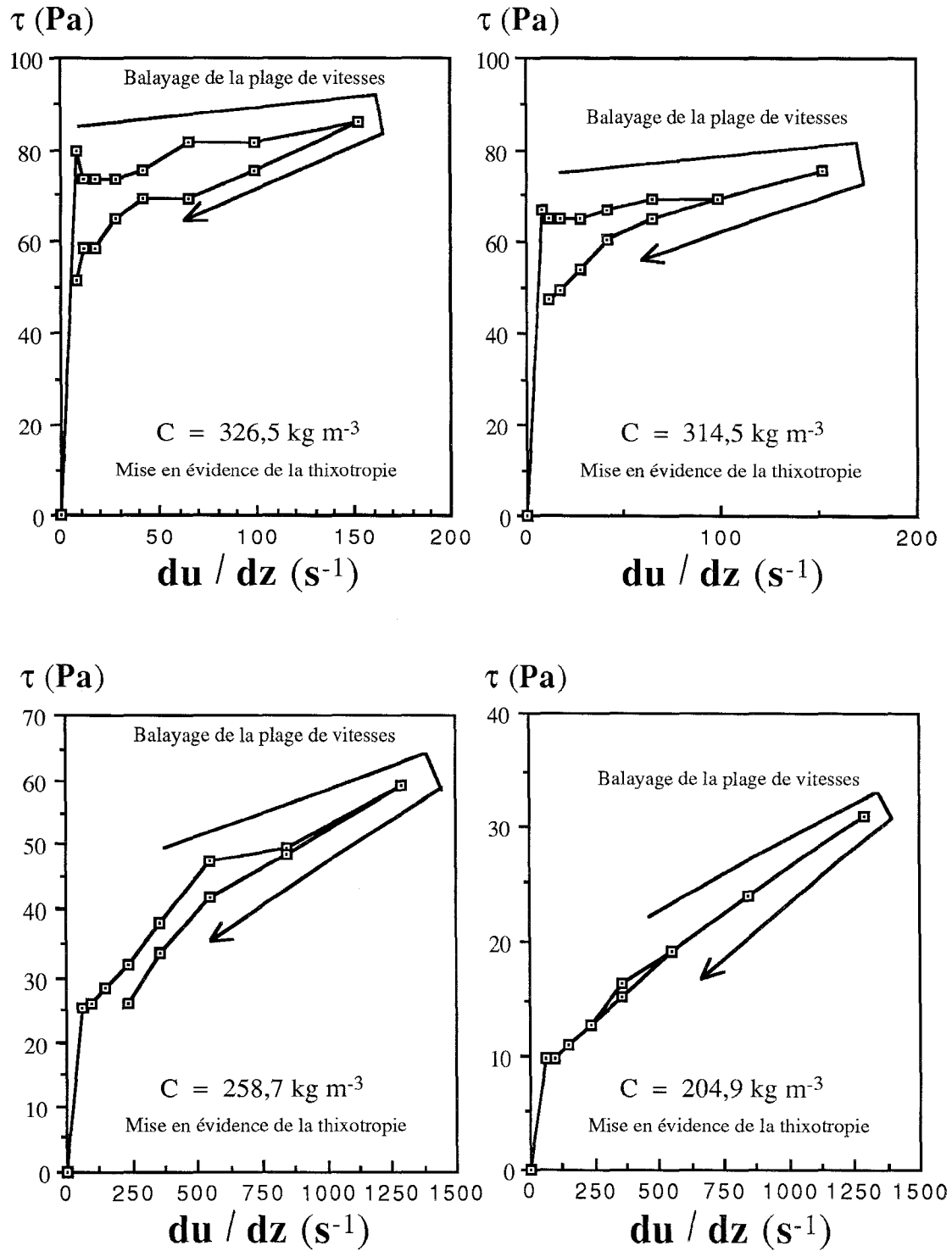


Fig. III.9.- Mise en évidence de la thixotropie (échantillon 2 de notre étude rhéologique).

3.3.- REMARQUES SUR CE CHAPITRE.

Les résultats présentés dans ce chapitre correspondent aux mesures en laboratoire réalisées de la manière systématique qui est décrite dans le sous-chapitre 3.2 des essais rhéométriques

Les valeurs de la viscosité apparente mesurée en laboratoire sont calculées directement comme le quotient de la tension de cisaillement par le gradient de vitesses donnés automatiquement par l'appareil utilisé. Ce gradient de vitesses ne tient pas compte du profil de vitesses de la vase entre les deux cylindres coaxiaux de l'appareil.

3.4.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.

1.- D'après les essais rhéométriques réalisés sur une même vase (échantillon 1) à température variable, la viscosité apparente et le seuil de plasticité de Bingham d'une vase varient avec la température en conservant toujours une même proportionnalité avec la viscosité dynamique de l'eau. Ceci est valable au moins pour les conditions expérimentales des essais, soit pour des températures comprises entre 12 et 36° C et pour une concentration de 304,8 kg m⁻³.

2.- Lorsque l'on connaît la rigidité initiale d'une vase pour une température donnée θ_e , la fonction $f_\theta (\theta)$ définie par l'équation (3.3) permet d'obtenir d'une manière pratique et approchée la valeur de la rigidité initiale de cette même vase pour une température quelconque. Ceci est valable au moins dans un domaine de températures compris entre 12 et 36° C.

Cette même fonction permet les extrapolations pour la viscosité apparente suivant la même démarche.

3.- Les essais rhéométriques à concentration variable et température constante de 12° C, réalisés sur l'échantillon 2 de l'estuaire de la Loire, nous permettent d'ajuster une relation reliant le seuil de plasticité de Bingham et la concentration :

$$\tau_B = a C^b$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1,38 \times 10^{-5} \\ b = 2,5 \end{array} \right\} \text{ pour : } 150,00 < C < 269,14 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2,63 \times 10^{-15} \\ b = 6,5 \end{array} \right\} \text{ pour : } 269,14 < C < 326,50 \text{ kg m}^{-3}$$

Les paramètres de cette loi sont déterminés par une régression linéaire satisfaisant ainsi la condition du meilleur ajustement de moindres carrés.

4.- Etude de la sédimentation et de la consolidation I.

4.1.- FRONTIERE ENTRE LA CONSOLIDATION ET LA SEDIMENTATION.

La frontière entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation correspond à une concentration de la vase que nous désignons dans ce travail par C_0 - concentration la plus faible permettant la formation d'une structure à réseau continu tridimensionnel en l'absence des contraintes externes (Sanchez et Grovel [60]) -. La concentration C_0 dépend essentiellement du diamètre des particules et de l'action électrolytique du milieu aqueux, c'est-à-dire, de la structure plus ou moins lâche des flocons de la suspension avant le dépôt. Les valeurs de C_0 sont donc, très différentes selon le matériau étudié.

La concentration C_0 correspond à l'apparition des contraintes effectives ; au dessus de cette concentration, des contraintes sont transmises grain à grain dans le squelette solide.

Nous avons déterminé C_0 en laboratoire de la façon suivante (Fig. IV.1) :

- 1.- Une suspension ayant une concentration d'environ 5 kg m^{-3} est reconstituée en laboratoire.
- 2.- Après avoir été homogénéisée, la suspension est placée sur une épaisseur H_0 , dans un sédimentomètre contrôlé à température constante et sa masse volumique ρ_E , est mesurée.
- 3.- Puis, une fois que les matières en suspension se sont décantées complètement, on mesure la masse volumique de l'eau superficielle ρ_o et l'épaisseur du dépôt H_D .
- 4.- Enfin, à l'aide de ces éléments et connaissant la masse volumique de la phase solide ρ_s , on calcule la concentration du dépôt C_0 .

Deux essais de sédimentation, que nous avons réalisés avec de la vase de Trentemoult (estuaire de la Loire), nous ont permis de déterminer que sa valeur de C_0 est de 108 kg m^{-3} sous les conditions expérimentales suivantes :

Température des essais = 21° C .

Salinité du milieu aqueux = 10 ‰.

Temps de sédimentation = 6 hrs.

$\rho_s = 2550 \text{ kg m}^{-3}$.

$\rho_o = 1009 \text{ kg m}^{-3}$.

Carrier et al [14] à partir d'essais de consolidation réalisés en laboratoire sur des boues d'origines très diverses, déterminent que pour des buts pratiques, on peut considérer que la limite entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation correspond à une teneur en eau égale à 7 fois la limite de liquidité du matériau ; ce critère nous permet d'écrire :

$$C_o = \frac{\rho_o}{\frac{\rho_o}{\rho_s} + \frac{7 w_L}{100}} \quad (4.1)$$

où : w_L est la limite de liquidité (teneur en eau en %).

La limite de liquidité de la vase que nous avons étudiée en laboratoire est de 151,25 %, ce qui correspond selon le critère de Carrier (équation (4.1)) à une concentration C_o de 91,87 kg m⁻³.

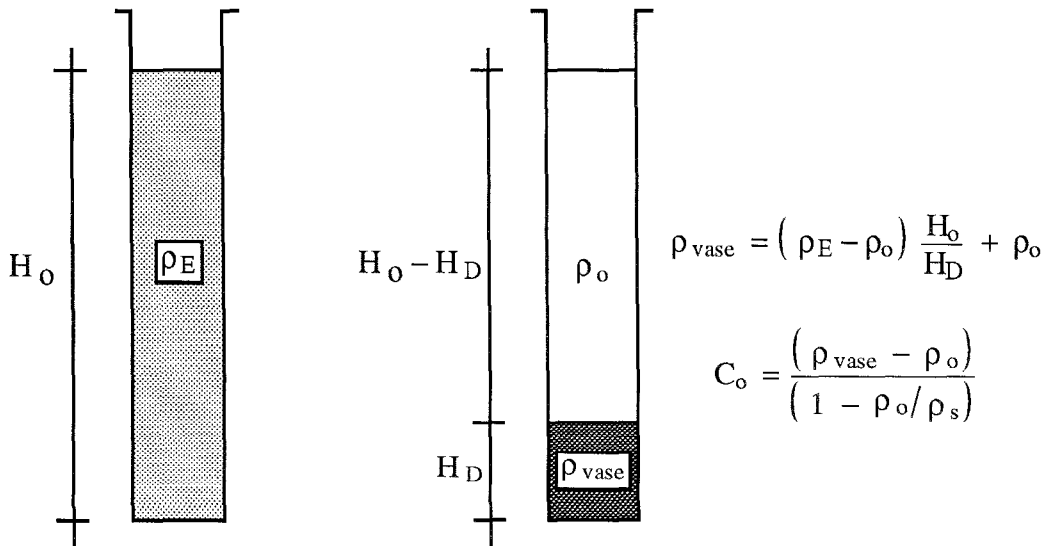


Fig. IV.1.- Détermination de C_o en laboratoire.

4.2- CONSOLIDATION.

On appelle consolidation, la diminution progressive de la teneur en eau d'un matériau sous charge constante ; la lenteur du phénomène de consolidation des matériaux cohésifs est surtout due à leur faible perméabilité.

4.2.1.- Théories "classiques" de consolidation.

4.2.1.1.- Théorie de consolidation unidimensionnelle de Terzaghi.

Dans cette théorie, la contrainte de consolidation et la déformation, sous conditions de compression confinée (frettage latéral), sont liées par le coefficient de compressibilité volumétrique m_v , défini comme suit :

$$m_v = - \frac{dn}{d\sigma'} \quad (4.2)$$

où : n , la porosité du sol, définie pour un sol saturé comme étant le quotient du volume de la phase liquide par le volume total du matériau ;
 σ' , la contrainte effective (Pa).

La théorie unidimensionnelle de consolidation de Terzaghi [69], a été utilisée avec succès dans une grande quantité de problèmes de surconsolidation en mécanique de sols. Dans la plupart des problèmes pratiques, les sols ayant subi une consolidation préalable importante, les hypothèses introduites par Terzaghi dans sa théorie de consolidation sont valables, à savoir :

- 1.- le sol est homogène ;
- 2.- le sol est complètement saturé ;
- 3.- l'eau et les grains du sol sont incompressibles ;
- 4.- l'écoulement de l'eau est vertical ;
- 5.- validité de la loi de Darcy ;
- 6.- le retard de la compression n'est dû qu'à la faible perméabilité du matériau ;
- 7.- la contrainte de consolidation est appliquée instantanément ;
- 8.- les déformations sont petites vis-à-vis de la hauteur initiale ;
- 9.- le sol a un comportement élastique ;
- 10.- la perméabilité est constante dans le temps et dans l'espace ;
- 11.- le coefficient de compressibilité volumétrique est constant dans les domaines des contraintes appliquées ;
- 12.- la vitesse de la phase solide est négligeable devant celle de la phase fluide.

A partir du principe de contrainte effective, de la loi d'écoulement de Darcy et de l'équation de continuité de la phase liquide, Terzaghi obtient l'équation générale de consolidation :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \text{avec : } C_v = \frac{k}{\rho_o g m_v} \quad (4.3)$$

où : u , est la surpression interstitielle (Pa) ;

C_v , le coefficient de consolidation ($m^2 s^{-1}$) ;

k , le coefficient de perméabilité ($m s^{-1}$) ;

et m_v , le coefficient de compressibilité volumétrique (Pa^{-1}).

Pour interpréter les résultats, on définit, en fonction de la dissipation de la surpression interstitielle $u(z_b, t)$, l'indice de consolidation local IC , et le degré de consolidation du dépôt U , comme suit :

$$IC = \frac{u(z_b, 0) - u(z_b, t)}{u(z_b, 0)} \quad (4.4)$$

$$U = 1 - \frac{\int_0^H u(z_b, t) dz_b}{\int_0^H u(z_b, 0) dz_b} \quad (4.5)$$

où : z_b , est la profondeur, mesurée à partir de la surface du dépôt (m) .

Les conditions initiales correspondant à la consolidation sous poids propre, sur un fond imperméable, d'un dépôt d'épaisseur H (m), sont :

$$u(0, t) = 0 \quad (4.6)^I$$

$$u(z_b, 0) = u(H, 0) \frac{z_b}{H} \quad \text{pour : } 0 < z_b < H \quad (4.6)^{II}$$

$$u(z_b, 0) = u(H, 0) \left(2 - \frac{z_b}{H} \right) \quad \text{pour : } H < z_b < 2H \quad (4.6)^{III}$$

La solution de l'équation (4.3) pour les conditions aux limites précédentes donne IC et U par (Fig. IV.2 et Fig. IV.3) :

$$IC = 1 - \frac{H}{z_b} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{2}{M^2} \sin\left(M \frac{z_b}{H}\right) e^{-M^2 T_v} \quad (4.7)$$

$$U = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{4}{M^3} e^{-M^2 T_v} \quad (4.8)$$

avec : $M = \frac{(2m + 1) \pi}{2}$ et $T_v = \frac{C_v}{H^2} t$ (4.9)

ou : T_v , est le facteur temps.

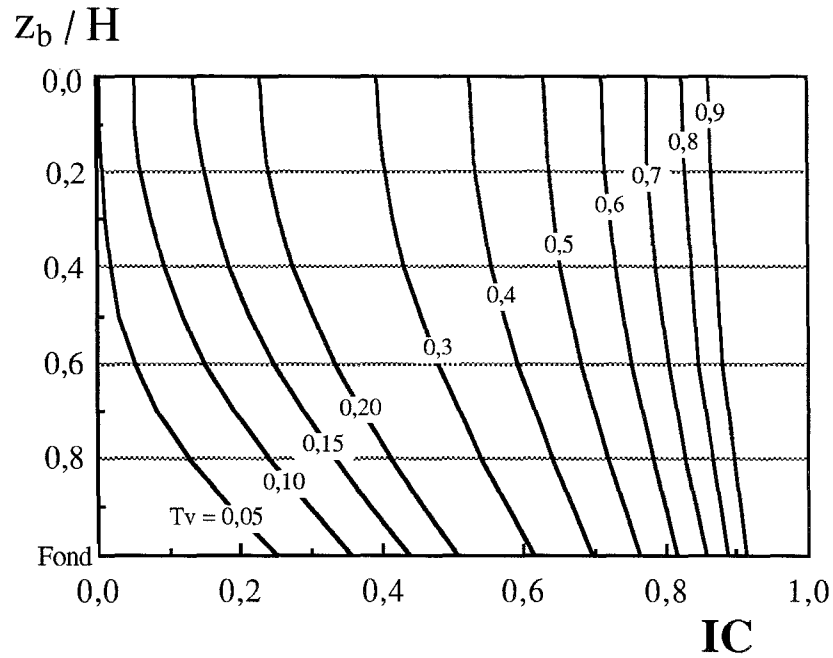


Fig. IV.2.- Variation de l'indice de consolidation IC en fonction de la profondeur relative z_b / H et du facteur temps T_v .

Degré de Consolidation

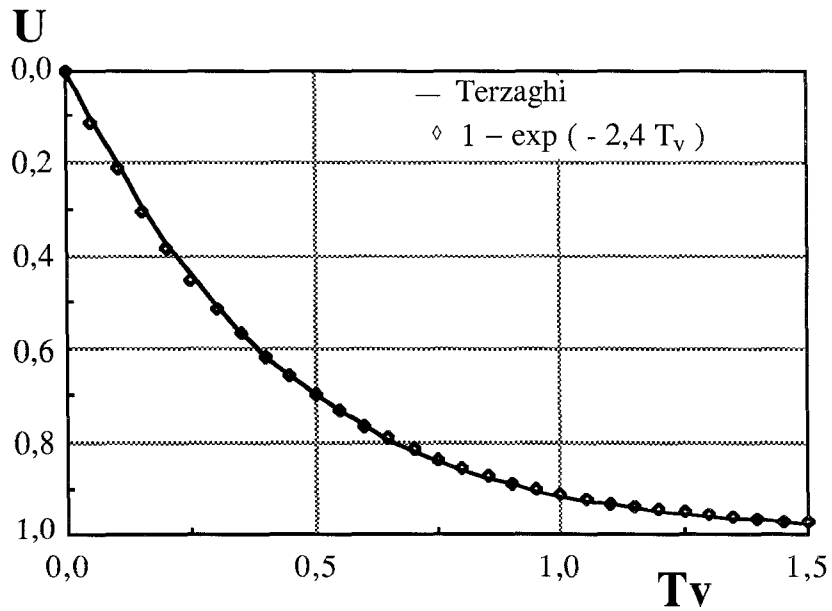


Fig. IV.3.- Variation du degré de consolidation U en fonction du facteur temps T_v .

4.2.1.2.- Théorie de consolidation de Gibson et al.

Une autre théorie de consolidation des sols saturés, est celle de Gibson et al [25]. Dans cette théorie, la contrainte effective et la déformation, sont liées, sous conditions de compression confinée (frettage latéral), par la variation de la contrainte effective par rapport à l'indice de vides $d\sigma'/de$, fonction seule de l'indice de vides :

$$\frac{d\sigma'}{de} = f_1(e) \quad (4.10)$$

où : e , est l'indice de vides, défini pour les sols complètement saturés, comme étant le quotient du volume de la phase liquide par le volume de la phase solide.

En considérant que le coefficient de perméabilité du matériau k , est fonction seule de l'indice de vides e , et que la vitesse de la phase solide n'est pas négligeable devant celle de la phase fluide, Gibson et al aboutissent à l'équation gouvernant la variation de e , qui s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k(e)}{\rho_o g (1+e)} \frac{d\sigma'}{de} \frac{\partial e}{\partial z} \right] + \left[\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right] \frac{d}{de} \left[\frac{k(e)}{1+e} \right] \frac{\partial e}{\partial z} = - \frac{\partial e}{\partial t} \quad (4.11)$$

La solution de cette équation dépend des lois suivantes :

$$\frac{d\sigma'}{de} = f_1(e) \quad (4.12)$$

$$k = f_2(e) \quad (4.13)$$

Carrier et al [14], basés sur des essais réalisés en laboratoire sur des argiles très molles, proposent les formulations suivantes pour déterminer $d\sigma'/de$ et k en fonction de l'indice de plasticité du matériau IP :

$$\frac{d\sigma'}{de} = 7,95 \cdot 10^{-5} IP^{3,45} e^{-3,45} \quad (4.14)$$

$$k(e) = 1,74 IP^{-4,29} e^{4,29} / (1+e) \quad (4.15)$$

4.2.2.- Similitude en consolidation.

La revue de la théorie unidirectionnelle de consolidation des sols saturés de Terzaghi, permet de déterminer les lois de similitude permettant de relier les essais de consolidation en laboratoire avec leurs prototypes.

En effet, lorsque les hypothèses mentionnées dans le développement de Terzaghi sont satisfaites le degré de consolidation U et l'indice de consolidation IC , d'un dépôt d'épaisseur H , qui représente un prototype sont données respectivement par :

$$U = f_3 \left(\frac{C_v t}{H^2} \right) \quad (4.16)$$

$$IC = f_4 \left(\frac{C_v t}{H^2}, \frac{z_b}{H} \right) \quad (4.17)$$

où : f_3 et f_4 , sont des fonctions, dépendant des conditions de drainage aux frontières et de la distribution initiale de la surpression interstitielle.

Le temps de consolidation t_1 , requis pour avoir un degré de consolidation U_1 , est proportionnel à :

$$t_1 \sim \frac{\rho_o \ g \ m_v \ H^2}{k} \quad (4.18)$$

Donc, si l'on raisonne pour la consolidation en fonction de la dissipation de la surpression interstitielle, le temps de consolidation t_1 :

- 1.- diminue, lorsque le coefficient de perméabilité augmente ;
- 2.- augmente avec le carré de l'épaisseur du dépôt.
- 3.- augmente, lorsque le coefficient de compressibilité volumétrique augmente.

Dans les essais oedométriques, on reproduit sur le matériau du prototype les mêmes contraintes de consolidation, mais l'épaisseur du prototype est représenté par $H_m < H$. Si dans un essai oedométrique on observe un degré de consolidation U_1 au temps t_{m1} , le temps t_1 , pour avoir le même degré de consolidation dans le prototype est déterminé moyennant l'échelle de temps suivante :

$$H^2 t_{m1} = H_m^2 t_1 \quad (4.19)$$

4.2.2.1.- Similitude sous conditions d'un rapport k / m_v constante.

L'équation générale de la consolidation de Terzaghi (équation (4.3)), gouvernant l'évolution de la surpression interstitielle est valable dans le cas plus général, où, k et m_v varient au cours de la consolidation, mais que le rapport k / m_v reste constante.

L'expérience montre [69] que lorsque la porosité n d'un matériau diminue, le coefficient de perméabilité k et le coefficient de compressibilité volumétrique m_v , diminuent très rapidement, mais le rapport k / m_v reste sensiblement constante dans un large domaine des contraintes.

Si pour un matériau donné, le rapport k / m_v reste constant, si m_v diminue avec n , et si l'on considère une application instantanée de la contrainte de consolidation, d'après l'équation (4.4) on peut écrire (Fig. IV.4) :

$$u(z_b, t) = f_5 \left(\frac{C_v t}{H^2}, \frac{z_b}{H}, u(z_b, 0) \right) \quad (4.20)$$

et :

$$n(z_b, t) = f_6(u(z_b, t), u(z_b, 0), n(z_b, 0)) \quad (4.21)$$

où : f_5 , est une fonction, dépendant des conditions de drainage aux frontières et de la distribution initiale de la surpression interstitielle ;

et f_6 , une fonction dépendant de la manière dont m_v décroît avec n .

L'évolution de la consolidation peut être suivie moyennant l'indice de consolidation IC_n défini en fonction de la porosité comme suit :

$$IC_n = \frac{n_i - n}{n_i - n_\infty} \quad (4.22)$$

où : n_i , est la porosité initiale du matériau ;

et n_∞ , la porosité finale du matériau, après dissipation complète de la surpression interstitielle.

Dans ces conditions, si l'on étudie l'évolution de la consolidation en fonction de la variation de IC_n , on observe que :

- 1.- le temps de consolidation $t_{IC_{n1}}$, requis pour avoir un indice de consolidation IC_{n1} , à la profondeur z_b d'un dépôt, diminue lorsque la rapport k / m_v diminue ;
- 2.- le temps de consolidation $t_{IC_{n1}}$, augmente avec l'épaisseur du dépôt ;
- 3.- l'indice de consolidation IC_n défini en fonction de l'évolution de la porosité, augmente d'autant plus rapidement au début du processus de consolidation, que m_v diminue plus rapidement avec la diminution de la porosité n (voir Fig. IV.4).

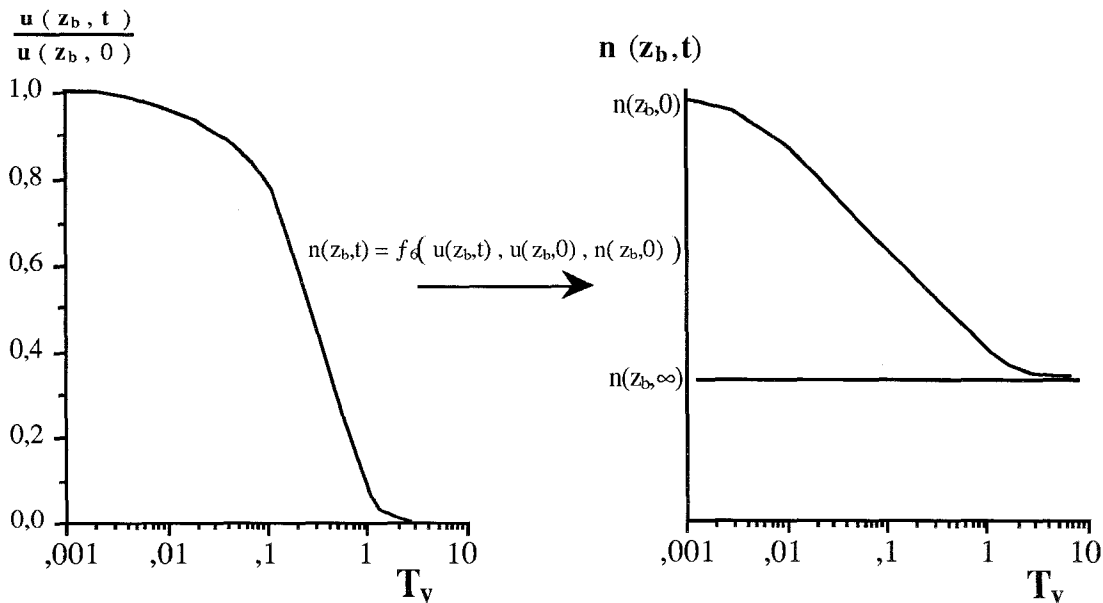


Fig. IV.4.- Diagramme illustrant la variation de la surpression interstitielle et de la porosité en fonction de T_v , pour un matériau ayant un rapport k / m_v constant et k et m_v diminuant avec n .

4.2.2.2.- Similitude entre les modèles réduits centrifugés et les prototypes.

Les essais oedométriques ne reproduisent pas la distribution triangulaire des contraintes au début du processus de consolidation à l'intérieur d'un dépôt se consolidant sur poids propre. Les études sur modèles réduits centrifugés permettent de pallier ce problème ; le principe de ces essais est de simuler un champ de gravité le plus voisin possible du champ de gravité terrestre (en direction et uniformité) dont l'intensité est **N** fois l'intensité de ce dernier (**g**) (avec $N > 1$).

Dans un modèle centrifugé, si **H_m** est l'épaisseur du modèle et **H**, l'épaisseur correspondant au prototype, le rapport **H_m / H** représente l'échelle de réduction de longueurs.

Le matériau du modèle étant généralement celui du prototype, l'accélération du modèle **N x g**, nécessaire à reproduire les contraintes de consolidation est (Corté et Garnier [19]) :

$$N \times g = g \frac{H_m}{H} \quad (4.23)$$

D'après l'équation générale de la consolidation (équation (4.3)), le temps du modèle et celui du prototype sont liés par :

$$t_1 = N^2 t_{m1} \quad (4.24)$$

La condition de similitude précédente repose sur l'hypothèse que le coefficient de perméabilité **k**, est proportionnel à l'accélération de la gravité [5].

Nous montrons que cette hypothèse est justifiée puisque le coefficient de perméabilité **k** est une fausse propriété de l'ensemble solide-fluide. La propriété réelle est la perméabilité intrinsèque **k_o**, définie de manière que l'égalité suivante soit satisfaite pour un écoulement unidirectionnel dans la direction verticale **z**.

$$v_f = \frac{k_o}{\mu} \frac{\partial u}{\partial z}$$

où : **v_f**, est la vitesse de la phase fluide définie comme le quotient du débit fluide par unité de surface perpendiculaire à la direction de l'écoulement ($m s^{-1}$) ;

k_o, la perméabilité intrinsèque (m^2) ;

μ, la viscosité dynamique de la phase fluide (Pa) ;

u, la surpression interstitielle (Pa) ;

et **z**, la coordonnée verticale (m).

Dans un sol complètement saturé la perméabilité intrinsèque **k_o** dépend exclusivement de la phase solide (type du milieu poreux, densité, forme et arrangement de la porosité) et elle conserve sa valeur indépendamment du champ d'accélération.

D'autre part, k et k_o sont reliés par :

$$k = \frac{k_o \rho_o g}{\mu}$$

Donc, le coefficient de perméabilité du modèle k_m et celui du prototype k , sont reliés par :

$$k_m = N \times k$$

L'équation ci-dessus montre que le **coefficient de perméabilité est proportionnel à l'accélération de la gravité**. Ceci à condition de définir le coefficient de perméabilité dans le modèle centrifugé par :

$$k_m = \frac{v_{f_m}}{i_m} \quad \text{avec : } i_m = \frac{\partial \Delta h_m}{\partial z_m} \quad \text{et} \quad \Delta h_m = \frac{1}{\rho_o N g} u_m$$

où : v_{f_m} , est la vitesse de la phase fluide dans le modèle ($m s^{-1}$) ;

i_m , la gradient hydraulique dans le modèle ;

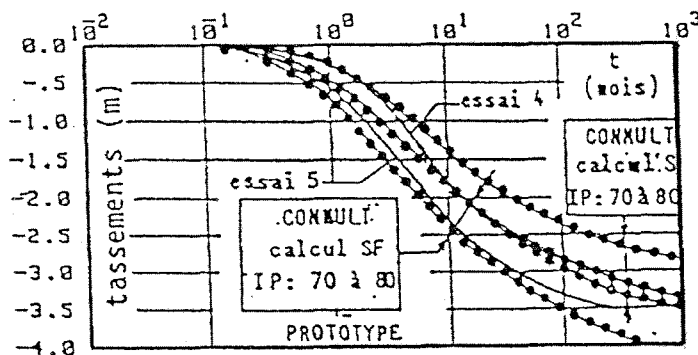
Δh_m , la charge hydraulique dans le modèle (m) ;

z_m , la coordonnée verticale dans le modèle (m) ;

$N g$, l'accélération du modèle ($m s^{-2}$) ;

et u_m , la surpression interstitielle dans le modèle (Pa).

Balay et al [5] ont réalisé des essais dans la centrifugeuse du LCPC-Nantes (Corté et Garnier [19]), pour simuler la consolidation sous poids propre des vases de la Rochelle-Pallice. Ils utilisent des échantillons de vase reconstitués et reproduisent la consolidation dans un milieu aqueux salé à 18° C, la concentration initiale des éprouvettes variait entre 491 et 531 $kg m^{-3}$.



Conditions des essais.

Essai 4 :

Drainage en surface (S)

$N = 100$

H_m initiale = 0,130 m

Durée = 787 minutes

Essai 5 :

Drainage en surface et au fond (SF)

$N = 100$

H_m initiale = 0,130 m

Durée = 941 minutes

Fig IV.5.- Comparaison entre les tassements déterminés à partir des essais centrifugés et les résultats théoriques (Hauteur initiale du prototype = 13,00 m) (d'après Balay et al [5]).

A partir de deux essais simulant le même prototype, réalisés à deux accélérations différentes ($N = 75$ et $N = 100$) ils démontrent, que pour le matériau étudié, la condition de similitude donnée par l'équation (4.24) est valable.

Les résultats observés en laboratoire, sont reproduits en utilisant l'équation générale de la consolidation non-linéaire unidirectionnelle de Gibson (équation (4.11)), avec $d\sigma'/de$ et k donnés par les formulations proposées par Carrier et al pour les argiles très molles (équations (4.14) et (4.15) avec : $70 < IP < 80$) (Fig. IV.5).

L'importance des essais réalisés par Balay et al, est qu'ils montrent la possibilité de faire appel aux essais centrifugés pour étudier la consolidation de la vase.

4.2.3.- Analogies entre différentes études portant sur la consolidation et les théories "classiques" de consolidation.

Afin de justifier l'utilisation d'un modèle fondé sur des bases théoriques pour modéliser la consolidation de la vase, nous présentons ici, une série d'analogies entre différentes études portant sur la consolidation des vases et les théories "classiques" de consolidation .

1.- Commentaires auprès de quelques constatations faites par le LCHF.

Des essais réalisés au LCHF montrent qu'à concentration initiale constante, mais épaisseur initiale variable (Migniot [45]) :

- a) un dépôt de vase tend vers une asymptote de tassement d'autant plus rapidement que l'épaisseur initiale du dépôt est plus faible (voir Fig. II.15) ;
- b) la concentration moyenne finale du culot est d'autant plus importante que la hauteur initiale du dépôt est plus grande.

D'autres essais de consolidation réalisés au LCHF sur des éprouvettes ayant une hauteur initiale constante mais avec des concentrations initiales variables montrent que :

- c) la concentration moyenne finale est d'autant plus importante que la concentration initiale du dépôt est plus forte ;
- d) La vitesse de tassement est au début d'autant plus rapide que la concentration initiale est plus faible ;
- e) la phase de tassement se prolonge sur des durées d'autant plus longues que la concentration initiale est plus élevée.

Sur chacune des constatations précédentes, nous observons respectivement :

a') la constatation **(a)** s'accorde avec la condition de similitude donnée par l'équation (4.16) ;

b') l'existence d'une relation entre la contrainte de consolidation et la concentration finale de la vase, explique que la concentration moyenne finale d'un dépôt est d'autant plus importante que la hauteur initiale du dépôt est plus grande ;

c') la relation **contrainte de consolidation-concentration finale de la vase**, explique aussi, que la concentration moyenne finale d'un dépôt est plus importante que la concentration initiale du dépôt est plus forte ;

d') une forte perméabilité, pour des faibles concentrations, explique la rapidité du tassement au début du processus de consolidation constatée pour des faibles concentrations initiales ;

e') le retard du processus de consolidation étant dû principalement à la faible perméabilité d'un matériau, la forte diminution du coefficient de perméabilité avec l'augmentation de la concentration (ou avec la diminution de l'indice de vides), explique la lenteur du processus de consolidation lorsque la concentration initiale d'un dépôt est forte (voir éq. (4.15)).

2.- Commentaires sur l'algorithme de Hayter et sur le modèle de Le Hir et coll.

Si toutes les hypothèses introduites dans la théorie de consolidation de Terzaghi sont justifiées et surtout si les déformations sont petites vis-à-vis de la hauteur initiale d'un dépôt, la variation de la concentration par rapport à la concentration initiale moyenne du dépôt \bar{C}_i et celle du degré de consolidation U sont liées par :

$$\frac{\bar{C} - \bar{C}_i}{\bar{C}_\infty - \bar{C}_i} = U \quad (4.25)$$

où : \bar{C} , est la concentration moyenne du dépôt (kg m^{-3})

\bar{C}_i , la concentration initiale moyenne du dépôt (kg m^{-3})

et \bar{C}_∞ , la concentration finale moyenne du dépôt (kg m^{-3})

D'autre part, dans le cas des matériaux se consolidant sous poids propre, le degré de consolidation est approché par (voir Fig. IV.3) :

$$U = 1 - \exp(-2,4 T_v) \quad (4.26)$$

En combinant (4.9), (4.25), et (4.26), on obtient :

$$\bar{C} - \bar{C}_\infty = - \left(\bar{C}_\infty - \bar{C}_i \right) \exp \left(- 2,4 \frac{C_v}{H^2} t \right) \quad (4.27)$$

en divisant par \bar{C}_∞ , on a :

$$\frac{\bar{C}}{\bar{C}_\infty} = 1 - \left(1 - \frac{\bar{C}_i}{\bar{C}_\infty} \right) \exp \left(- 2,4 \frac{C_v}{H^2} t \right) \quad (4.28)$$

Nous observons, à partir de l'équation (4.28), que la formulation proposée par Hayter pour déterminer la concentration moyenne finale d'un dépôt (équation (2.56)), se rapproche de la solution de Terzaghi pour le degré de consolidation U , si :

$$\bar{C}_i = 0,0 \quad ; \quad T_{dc} = t \quad ; \quad \text{et} \quad \frac{p}{T_{dc\infty}} = 2,4 \frac{C_v}{H^2}$$

Finalement, si l'on dérive (4.27) par rapport à t et en combinant avec (4.27) on obtient :

$$\frac{d\bar{C}}{dt} = \left(2,4 \frac{C_v}{H^2} \right) \left(\bar{C}_\infty - \bar{C} \right) \quad (4.29)$$

Si l'on compare l'équation précédente avec le modèle de Le Hir et coll. (équation (2.58)), on observe que ce modèle se rapproche de la solution de Terzaghi pour le degré de consolidation U , si :

$$\alpha_0 = 2,4 \frac{C_v}{H^2}$$

4.2.4.- Développement d'un modèle original de consolidation de vase.

Les modèles de consolidation de Terzaghi et de Gibson, considérant que le comportement du sol est élastique, ne s'adaptent pas à la modélisation de la consolidation des vases molles. Par conséquent, nous sommes amenés à revenir à la forme primitive des équations gouvernant la consolidation, afin de formuler un modèle qui s'adapte à l'étude de la consolidation sous poids propre des vases peu concentrées.

Le fait que le modèle de consolidation est utilisé dans un modèle hydrosédimentologique amène à utiliser la concentration en matières sèches C , comme variable de l'état de la vase. Ainsi, **les propriétés de la vase telles que la perméabilité et la compressibilité sont rattachées seulement à la concentration (mais aussi, éventuellement à la température).**

L'utilisation de la concentration comme variable de l'état de la vase, est justifiée pour les matériaux complètement saturés, car, lorsque la masse volumique de la phase solide ρ_s , est connue, il y a une correspondance entre la concentration en matières sèches et la porosité où l'indice des vides, a savoir :

$$n = 1 - \frac{C}{\rho_s} \quad ; \quad e = \frac{\rho_s}{C} - 1 \quad ; \quad n = \frac{e}{e + 1} \quad (4.30)$$

Donc, par la suite, les déformations sont caractérisés par la variation de la concentration C .

4.2.4.1.- Relations contrainte-déformation.

Lorsque les matières solides d'une suspension vase-eau se décantent complètement, la surface du dépôt présente une concentration C_0 (ou une porosité n_0 ou un indice de vides e_0), correspondant à la frontière entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation.

La concentration C_0 correspond à une contrainte effective σ' (transmise grain à grain dans la phase solide de la vase) nulle.

Si l'on applique une contrainte effective finie σ'_1 , sur une vase ayant une concentration initiale C_0 , la concentration C_0 devient C_1 ; et si l'on augmente la contrainte effective de la grandeur $\Delta\sigma'$, la contrainte effective devient σ'_2 et la concentration C_2 .

Sur ce principe, on peut relier la contrainte effective à la concentration d'un matériau :

$$\sigma' = f_7(C) \quad (\text{ou, } \sigma' = f_{7 \text{ bis}}(n) ; \text{ ou, } \sigma' = f_{7 \text{ ter}}(e)) \quad (4.31)$$

ou inversement :

$$C = f_8 (\sigma') \quad (\text{ou, } n = f_{8 \text{ bis}} (\sigma') ; \text{ ou, } e = f_{8 \text{ ter}} (\sigma')) \quad (4.32)$$

Les relations précédentes sont valables pour les sols normalement consolidés .

Les contraintes et déformations dans les théories de consolidation de Terzaghi et de Gibson et al, étant reliées respectivement, par le coefficient de compressibilité volumétrique m_v et par la variation de la contrainte effective par rapport à l'indice de vides $d\sigma'/de$, sont valables seulement, soit, pour des sols élastiques, soit, pour des sols normalement consolidés.

4.2.4.2.- Contraintes dans la vase au cours du processus de consolidation.

Considérons une couche mince d'une vase normalement consolidée sous conditions d'équilibre (en fin d'un processus de consolidation) ayant une concentration initiale C_i , soumise à une contrainte effective σ'_{cp} (d'accord avec l'équation (4.31)). Dans cette étude σ'_{cp} , est appelée contrainte de consolidation préalable ; cette contrainte due au poids propre de la vase consolide la vase jusqu'à une concentration C_i .

Si l'on applique une surcharge $\Delta\sigma$ sur cette couche, le processus de consolidation commence ; la surcharge $\Delta\sigma$ qui détermine la consolidation est appelée contrainte de consolidation.

Au moment où cette contrainte de consolidation vient d'être appliquée, elle est prise complètement par l'eau interstitielle du sol ; il existe par conséquent dans l'eau du sol, au début du processus de consolidation une surpression interstitielle initiale u_0 , égale à la contrainte de consolidation.

Au cours du processus de consolidation, la surpression interstitielle u , diminue et la pression effective dans la couche augmente ; en tout moment pendant la consolidation, la condition d'équilibre s'écrit :

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + u \quad (4.33)$$

où : $\Delta\sigma$, est la contrainte de consolidation (Pa) ;

$\Delta\sigma'$, l'incrément de la contrainte effective à partir de σ'_{cp} (Pa) ;

et u , la surpression interstitielle (Pa).

4.2.4.3.- Notations pour les contraintes utilisées dans cette étude.

Par la suite nous prenons comme repère pour la concentration initiale d'une vase C_i , la concentration C_o correspondant à la frontière entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation ; et pour la contrainte de consolidation préalable σ'_{cp} , nous prenons comme repère une contrainte effective nulle.

Dans ces conditions nous avons :

$\sigma' = \Delta\sigma' =$ contrainte effective ;

$\sigma = \Delta\sigma =$ contrainte de consolidation ;

$u = \sigma - \sigma' =$ surpression interstitielle. (4.34)

Evidemment, la contrainte de consolidation sur un plan horizontal localisé au niveau z_1 , à l'intérieur d'un dépôt se consolidant sous poids propre, est égale au poids déjaugé du matériau au dessus du plan z_1 , par unité de surface, à savoir :

$$\sigma_{z_1} = \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] g \int_{z_1}^H C \, dz \quad (4.35)$$

où : H est la cote de la surface du dépôt.

4.2.4.4.- Proposition d'une loi de compressibilité de la vase.

Dans cette étude, la concentration en fonction de la contrainte effective est modélisée par une loi de puissance avec un seuil de concentration C_o , au dessous duquel la contrainte effective est nulle, à savoir :

$$C = C_o + B_1 \sigma'^{B_2} \quad (4.36)$$

B_1 et B_2 sont des paramètres propres à chaque vase ; la valeur de B_2 est comprise entre 0 et 1 (notamment $0 < B_2 < 1$). Inversement, la contrainte effective en fonction de la concentration de la vase est :

$$\sigma' = \left(\frac{C - C_o}{B_1} \right)^{1/B_2} \quad \text{pour : } C \geq C_o \quad (4.37)^I$$

$$\sigma' = 0 \quad \text{pour : } C \leq C_o \quad (4.37)^{II}$$

La compressibilité de la vase est caractérisée par la variation de la contrainte effective par rapport à la concentration $\partial\sigma' / \partial C$.

La relation contrainte-déformation donnée par les équations (4.37), a les propriétés suivantes * :

$$\sigma' = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \sigma'}{\partial C} = 0 \quad \text{pour : } C = C_o \text{ (et plus généralement pour : } C \leq C_o \text{)} \quad (4.38)$$

c'est-à-dire, que les valeurs de la contrainte effective σ' et de la variation de la contrainte effective par rapport à la concentration $\partial \sigma' / \partial C$, sont nulles pour : $C = C_o$ (et plus généralement pour $C \leq C_o$) ; donc, la formulation donnant la contrainte effective en fonction de la concentration (équations (4.37)), fait une transition graduelle entre un état de contraintes effectives nulles correspondant à une suspension, et un état des contraintes effectives finies correspondant à un dépôt en cours de consolidation.

* La correspondance entre trois relations contrainte-déformation est donnée dans le tableau suivant :

	m_v	$\frac{d\sigma'}{de}$	$\frac{d\sigma'}{dC}$
m_v	$m_v = - \frac{dn}{d\sigma'}$	$m_v = - \frac{1}{(1 + e_i) \frac{d\sigma'}{de}}$	$m_v = - \frac{1}{\rho_s \frac{d\sigma'}{dC}}$
$\frac{d\sigma'}{de}$	$\frac{d\sigma'}{de} = - \frac{1}{(1 + e_i) m_v}$	—————	$\frac{d\sigma'}{de} = - \frac{\rho_s}{(1 + e_i)} \frac{d\sigma'}{dC}$
$\frac{d\sigma'}{dC}$	$\frac{d\sigma'}{dC} = \frac{1}{\rho_s m_v}$	$\frac{d\sigma'}{dC} = - \frac{(1 + e_i)}{\rho_s} \frac{d\sigma'}{de}$	—————

e_i = indice de vides initial ;

m_v = coefficient de compressibilité volumétrique (utilisé dans la théorie de Terzaghi) ;

$\frac{d\sigma'}{de}$ = dérivée de σ' par rapport à e (utilisée dans la théorie de Gibson et al) ;

$\frac{d\sigma'}{dC}$ = dérivée de σ' par rapport à la concentration (propre à notre étude).

4.2.4.5.- Comportement rhéologique de la vase à la compressibilité.

Dans cette étude, le comportement de la vase est assimilé à un modèle rigide-plastique, non-visqueux, c'est-à-dire que la compression de la vase dépend de la contrainte effective, mais non pas de sa vitesse d'application, autrement dit, la compressibilité de la vase est indépendante de la vitesse de dissipation de la surpression interstitielle.

Ainsi, lorsque l'on enlève une contrainte (lors des érosions par exemple) et que la contrainte de consolidation préalable d'une vase est supérieure à la contrainte de consolidation, la concentration reste constante. L'augmentation de la concentration est possible seulement lorsque la contrainte de consolidation est supérieure à la contrainte de consolidation préalable (Fig IV.6).

La contrainte de consolidation préalable d'un matériau ayant une concentration C_i , est déterminée selon les équations (4.37) par :

$$*** \quad \sigma'_{cp} = \left(\frac{C_i - C_o}{B_1} \right)^{1/B_2} \quad \text{pour : } C_i \geq C_o \quad (4.39)^I$$

$$*** \quad \sigma'_{cp} = 0 \quad \text{pour : } C_i \leq C_o \quad (4.39)^{II}$$

Lorsque la contrainte de consolidation σ , est supérieure à la contrainte de consolidation préalable σ'_{cp} , nous considérons que le comportement d'une vase est plastique. Dans ce cas, la vase se consolide et la contrainte effective est :

$$\sigma' = \sigma'_{cp} \quad \text{pour : } \sigma \geq \sigma'_{cp} \quad (4.40)^I$$

Lorsque la contrainte de consolidation préalable σ'_{cp} , est supérieure à la contrainte de consolidation σ , nous considérons que le comportement d'une vase est rigide (la concentration de la vase reste constante dans le temps). Dans ce cas, la contrainte effective est prise complètement par la phase solide et nous avons :

$$\sigma' = \sigma \quad \text{pour : } \sigma < \sigma'_{cp} \quad (4.40)^{II}$$

D'autre part, la condition d'équilibre, nous permet de déterminer en tout moment la surpression interstitielle :

$$u = \sigma - \sigma' \quad (4.41)$$

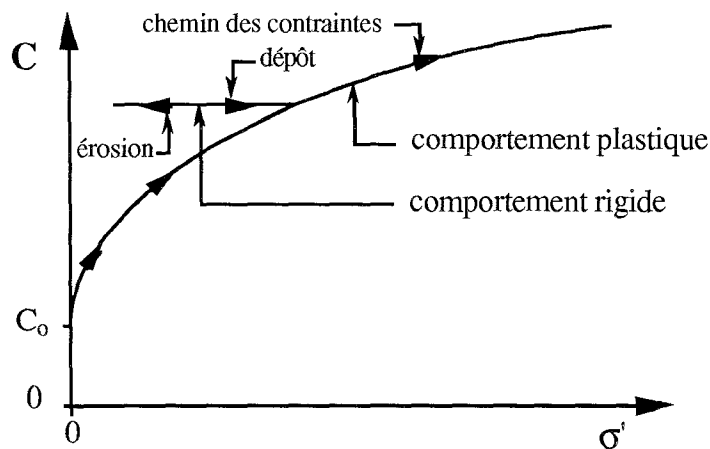


Fig. IV.6.- Comportement de la vase à la compressibilité.

4.2.4.6.- Ecoulement de l'eau interstitielle.

La vitesse d'écoulement de l'eau interstitielle de la vase est déterminée en utilisant la loi de Darcy, modifiée par Scheidegger [61] (in Gibson [25]) pour prendre en compte le déplacement de la phase solide :

$$n (v_f - v_s) = -k i \quad (4.42)$$

avec :

$$i = \frac{1}{\rho_o g} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.43)$$

où : n , est la porosité de la vase ;

v_f , la vitesse de la phase fluide (vitesse moyenne avec laquelle l'eau coule à travers les vides du complexe vase-eau) ($m s^{-1}$) ;

v_s , la vitesse de la phase solide (vitesse moyenne des particules solides) ($m s^{-1}$) ;

k , le coefficient de perméabilité de la vase ($m s^{-1}$), défini d'accord avec l'équation (4.42) ;

i , le gradient hydraulique ;

u , la surpression interstitielle (Pa) ;

et z , la coordonnée verticale (m).

Dans cette étude, le coefficient de perméabilité est fonction de la concentration et de la température de la phase fluide (plus exactement de la viscosité de la phase fluide). Lorsque la température est constante, le coefficient de perméabilité k , en fonction de la concentration, selon la formulation de Tan et al [66] est :

$$\log_{10} k = -a_1 C - a_2 \quad (4.44)$$

L'équation précédente, en fonction de C/ρ_s , peut être mise sous la forme :

$$*** \quad k = A_1 \exp \left(-A_2 \frac{C}{\rho_s} \right) \quad (4.45)$$

où : A_1 et A_2 sont de coefficients propres à chaque matériau ($A_1 > 0$ et $A_2 > 0$).

D'autre part, la variation du coefficient de perméabilité avec la température, est inversement proportionnelle à la variation de la viscosité de la phase liquide avec la température (Terzaghi [69] et Lamb [36]) ; si la phase liquide est composée d'eau nous avons :

$$*** \quad k_\theta = \frac{\mu_{eau \theta_o}}{\mu_{eau \theta}} k_{\theta_o} \quad (4.46)$$

où : μ , est la viscosité dynamique de l'eau (Pa s) ;

θ , dénote une température quelconque ($^{\circ} C$) ;

et θ_o , dénote une température repère (température des essais en laboratoire p.e.) ($^{\circ} C$).

4.2.4.7.- Vitesse de la phase solide.

Afin de déterminer la vitesse de la phase solide, nous utilisons les équations de continuité et la loi de Darcy modifiée par Scheidegger (équation (4.42).

Si la phase solide et la phase fluide sont incompressibles, les équations de continuité de la phase solide et de la phase fluide sont respectivement :

$$\frac{\partial (1-n)}{\partial t} + \frac{\partial (1-n) v_s}{\partial z} = 0 \quad (4.47)$$

et :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_f}{\partial z} = 0 \quad (4.48)$$

En combinant (4.47) et (4.48), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} [(1-n) v_s + n v_f] = 0 \quad (4.49)$$

En considérant que le fond du dépôt de vase est imperméable ($v_f = v_s = 0$, pour : $z = 0$), la solution de l'équation précédente est :

$$(1-n) v_s + n v_f = 0 \quad (4.50)$$

c'est-à-dire, si le fond est imperméable et si les phases fluide et solide sont incompressibles, le débit fluide vertical (généralement ascendant), à travers tout plan horizontal z_1 localisé à l'intérieur du dépôt de vase, est égal au débit solide (généralement descendant).

En combinant les équations (4.42) et (4.50), nous obtenons l'expression qui permet de déterminer la vitesse de la phase solide en fonction du coefficient de perméabilité k , et du gradient hydraulique i , à savoir :

$$v_s = k i \quad (4.51)$$

4.2.4.8.- Equation de continuité de la phase solide.

Si l'on prend comme variable de l'état de la vase la concentration, l'équation de continuité de la phase solide (équation (4.47)), devient :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C v_s}{\partial z} = 0 \quad (4.52)$$

4.2.4.9.- Récapitulation de notre modèle de consolidation.

4.2.4.9.1.- Hypothèse de travail introduites dans notre modèle.

- 1.- le sol est homogène ;
- 2.- le sol est complètement saturé ;
- 3.- l'eau et les grains du sol sont incompressibles ;
- 4.- l'écoulement de l'eau est vertical ;
- 5.- validité de la loi de Darcy exprimée par Scheidegger dans l'équation (4.42) ;
- 6.- le retard de la compression n'est dû qu'à la faible perméabilité du matériau ;
- 7.- le matériau a un comportement rigide-plastique, ne dépendant que de la concentration C ;
- 8.- la perméabilité est fonction seule de la concentration (température constante) ;
- 9.- la base du dépôt est imperméable.

4.2.4.9.2.- Equations gouvernant la consolidation.

Contrainte de consolidation :

$$\sigma_{z1} = \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] g \int_{z1}^H C \, dz \quad (4.35)$$

Contrainte effective :

$$\sigma' = \sigma'_{cp} \quad \text{pour : } \sigma \geq \sigma'_{cp} \quad (4.40)^I$$

$$\sigma' = \sigma \quad \text{pour : } \sigma < \sigma'_{cp} \quad (4.40)^{II}$$

Surpression interstitielle :

$$u = \sigma - \sigma' \quad (4.41)$$

Vitesse de la phase solide :

$$v_s = k \, i \quad \text{avec : } i = \frac{1}{\rho_o \, g} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.51)$$

Equation de continuité de la phase solide :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C \, v_s}{\partial z} = 0 \quad (4.52)$$

4.2.4.9.3.- Lois de compressibilité et de perméabilité utilisées.

Loi de compressibilité :

$$\sigma'_{cp} = \left(\frac{C_i - C_o}{B_1} \right)^{1/B_2} \quad \text{pour : } C_i \geq C_o \quad (4.39)^I$$

$$\sigma'_{cp} = 0 \quad \text{pour : } C_i \leq C_o \quad (4.39)^{II}$$

Loi de variation du coefficient de perméabilité :

$$k = A_1 \exp \left(- A_2 \frac{C}{\rho_s} \right) \quad (4.45)$$

4.2.5.- Etude de la consolidation en laboratoire.

Nous avons suivi en laboratoire, pendant 100 jours, l'évolution de 7 colonnes de tassement, contenant une vase provenant du port de plaisance de Trentemoult, estuaire de la Loire (échantillon 2 de nos essais rhéologiques ; voir chapitre 3), sous les conditions expérimentales suivantes :

Température des essais = 21° C

Salinité du milieu aqueux = 20 ‰

Diamètre des colonnes de consolidation = 0,09 m

Mise en oeuvre des essais = 15 avril 1991

Les conditions initiales de nos colonnes de consolidation sont données dans la Tableau No. 4.1.

La seule variable de l'état de consolidation que nous avons mesuré est les niveaux des colonnes, ainsi, l'épaisseur des dépôts en fonction du temps est montrée dans la Fig. IV.5.

No. de colonne	1	2	3	4	5	6	7
Hauteur initiale (m)	0,150	0,300	0,506	0,753	1,045	1,500	2,000
Concentration initiale (kg m ⁻³)	108,0	108,0	108,0	128,8	128,8	108,0	108,0

Tableau No. 4.1.- Conditions initiales dans nos colonnes de consolidation étudiées en laboratoire.

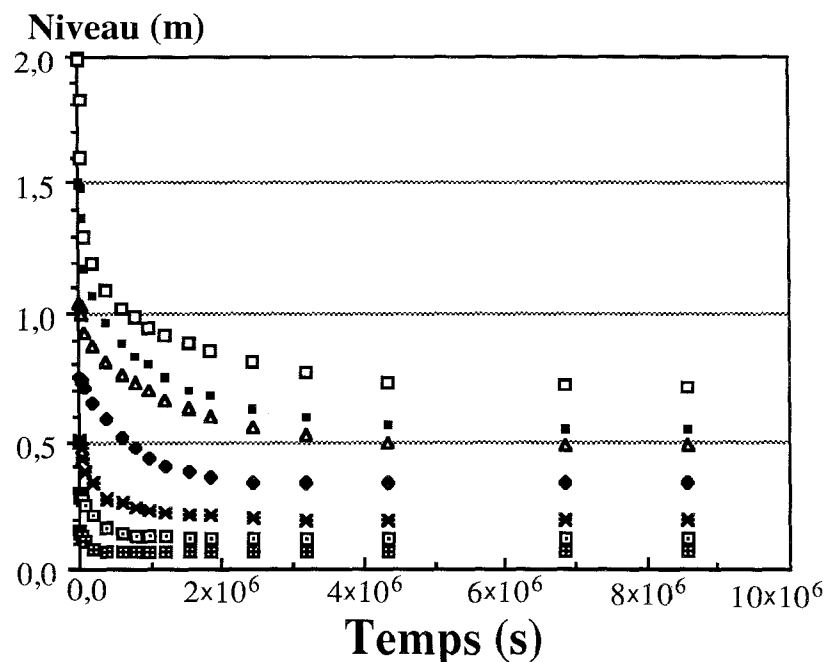


Fig. IV.5.- Evolution de l'épaisseur des dépôts de vase de Trentemoult (Loire), en fonction du temps (mesures de laboratoire).

4.2.5.1.- Détermination des paramètres de la loi de compressibilité.

La mesure des hauteurs finales dans nos colonnes de consolidation (voir tableau No. 4.2), après 100 jours de consolidation, nous permet, sous l'hypothèse que le processus de consolidation est complètement achevé, d'évaluer les paramètres B_1 et B_2 de notre loi reliant la concentration de la vase et la contrainte effective (équation (4.36)).

Dans ces conditions la contrainte effective est égale à la contrainte de consolidation :

$$\sigma' = \sigma$$

Afin de déterminer les paramètres B_1 et B_2 , nous subdivisons les colonnes de consolidation, d'hauteur initiale H_0 en un nombre fini N_c de sous-couches d'épaisseur initiale H_0/N_c (voir Fig. IV.6) ; ainsi, la contrainte effective agissant au milieu de la sous-couche j , est :

$$\sigma'_j = \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] g C_i \frac{H_0}{N_c} \left(N_c - j + \frac{1}{2} \right) \quad (4.53)$$

où : C_i est la concentration initiale dans la colonne de consolidation (kg m^{-3}).

La concentration finale C_{Fj} , de la sous-couche j , selon l'équation (4.36), est :

$$C_{Fj} = C_o + B_1 \sigma'_j B_2 \quad \text{avec : } C_{Fj} > C_i \quad (4.54)$$

L'épaisseur finale ΔH_{Fj} , de la sous-couche j , est :

$$\Delta H_{Fj} = \frac{H_0}{N_c} \frac{C_i}{C_{Fj}} \quad (4.55)$$

L'épaisseur finale du dépôt H_F , est donc donné par :

$$H_F = \sum_{j=1}^{N_c} \frac{H_0}{N_c} \frac{C_i}{C_{Fj}} \quad (4.56)$$

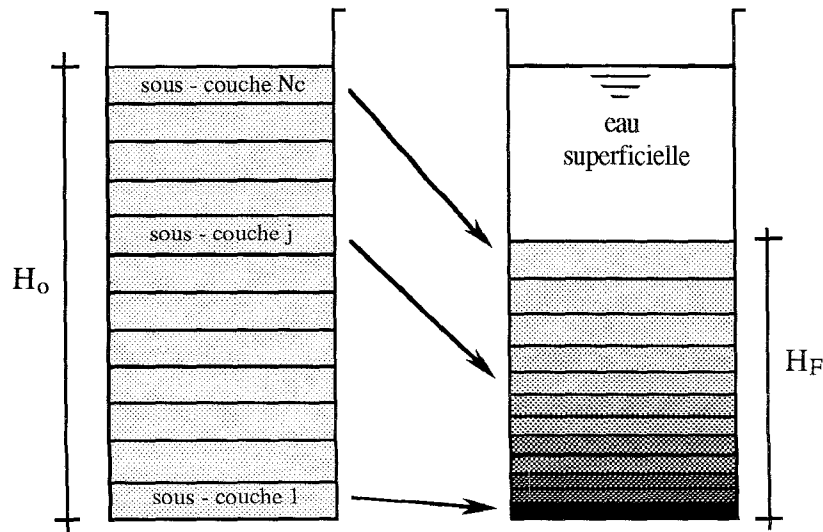


Fig. IV.6.- Discretisation du dépôt pour déterminer les paramètres B_1 et B_2 de l'équation (4.36).

No. de colonne	1	2	3	4	5	6	7
Hauteur initiale (m)	0,150	0,300	0,506	0,753	1,045	1,500	2,000
Hauteur finale (m)	0,065	0,120	0,200	0,338	0,457	0,543	0,707

Tableau No. 4.2.- Hauteurs finales dans les colonnes de consolidation (après 100 jours de consolidation).

La détermination des paramètres de l'équation (4.36), est réalisée sous le critère du meilleur ajustement satisfaisant la condition de moindres carrés, entre les hauteurs finales calculées moyennant les équations (4.54) et (4.56) et les hauteurs finales mesurées.

En utilisant une discrétisation de 200 sous-couches ($N_c = 200$) et en imposant la valeur de C_o à 108 kg m^{-3} , nous avons déterminé :

$$\left. \begin{array}{l} B_1 = 93,27 \\ B_2 = 0,1219 \end{array} \right\} \text{ valables pour : } 0 < \sigma' < 1300 \text{ Pa}$$

La Fig. IV.7, montre les hauteurs finales mesurées et celles déterminées à partir des équations (4.54) et (4.56) avec les valeurs des paramètres B_1 , B_2 et C_o , mentionnées précédemment.

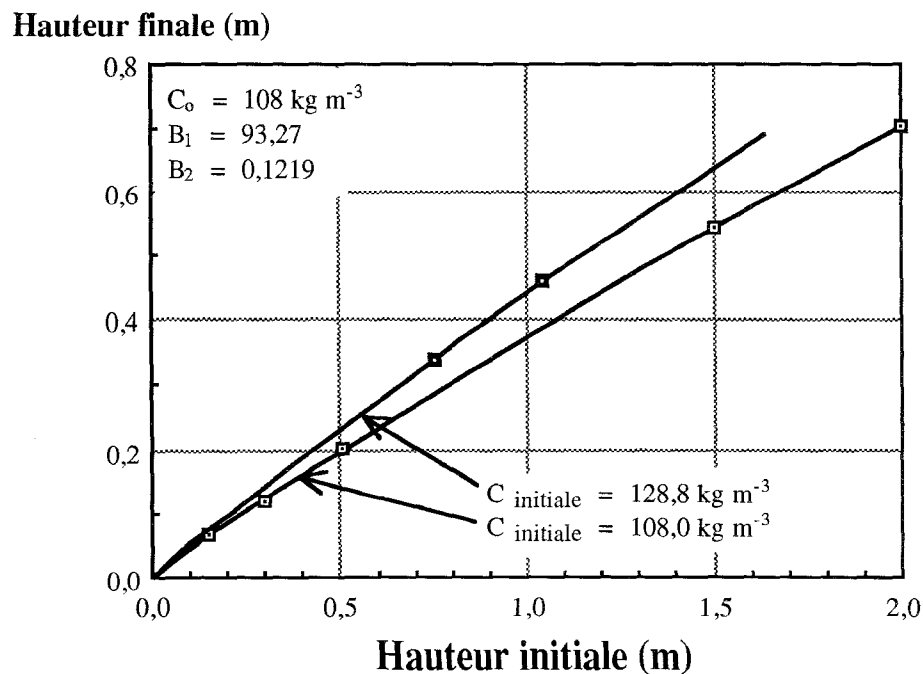


Fig. IV.7.- Hauteurs finales dans les colonnes de consolidation. En trait continu : valeurs calculées en utilisant les équations (4.54) et (4.56). En pointillés hauteurs finales après 100 jours de consolidation

4.2.5.2.- Détermination des paramètres de la loi de perméabilité.

A partir des équations qui gouvernent la consolidation mentionnées dans le chapitre 4.2.4.6, nous avons construit un modèle numérique servant à simuler le processus de consolidation des vases.

Notre modèle numérique est calé en faisant varier les paramètres A_1 et A_2 de notre loi de perméabilité (équation (4.45)) ; la simulation simultanée des 7 colonnes de consolidation étudiées en laboratoire nous conduit à :

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1} \\ A_2 = 110 \end{array} \right\} \text{ valables pour : } 108 < C < 332 \text{ kg m}^{-3}$$

La Fig. IV.8, montre les niveaux dans les colonnes de consolidation en fonction du temps, déterminés à l'aide de notre modèle mathématique, avec les paramètres de la loi de compressibilité (C_o , B_1 et B_2) et de la loi de perméabilité (A_1 et A_2), mentionnés précédemment.

La Fig. IV.9 montre l'évolution de la concentration avec le temps et la profondeur, déterminée à partir de notre modèle numérique, pour la colonne d'hauteur initiale de 1,500 m.

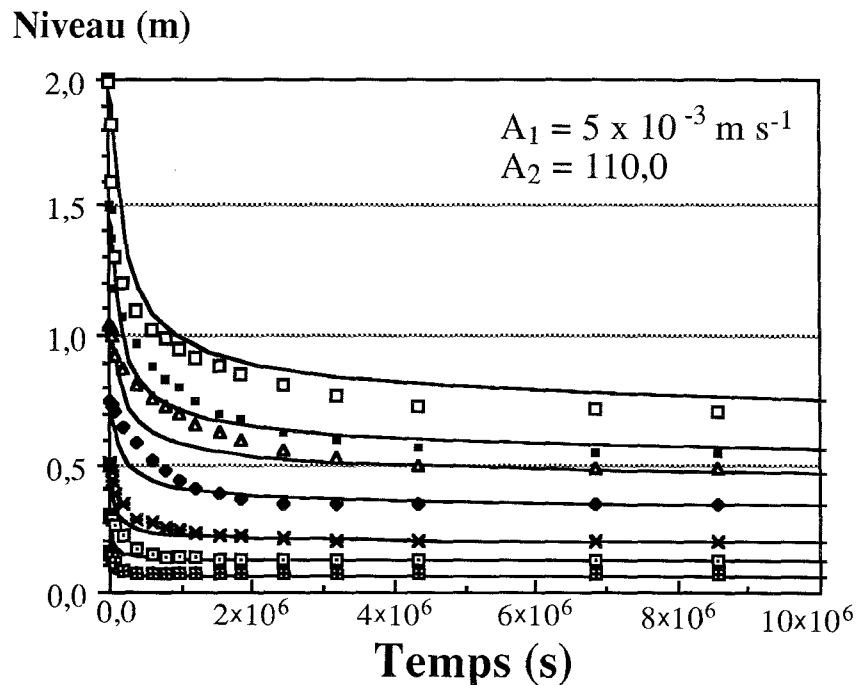


Fig. IV.8.- Evolution de l'épaisseur des dépôts avec le temps. En pointillés : mesures en laboratoire. En trait continu : simulation numérique.

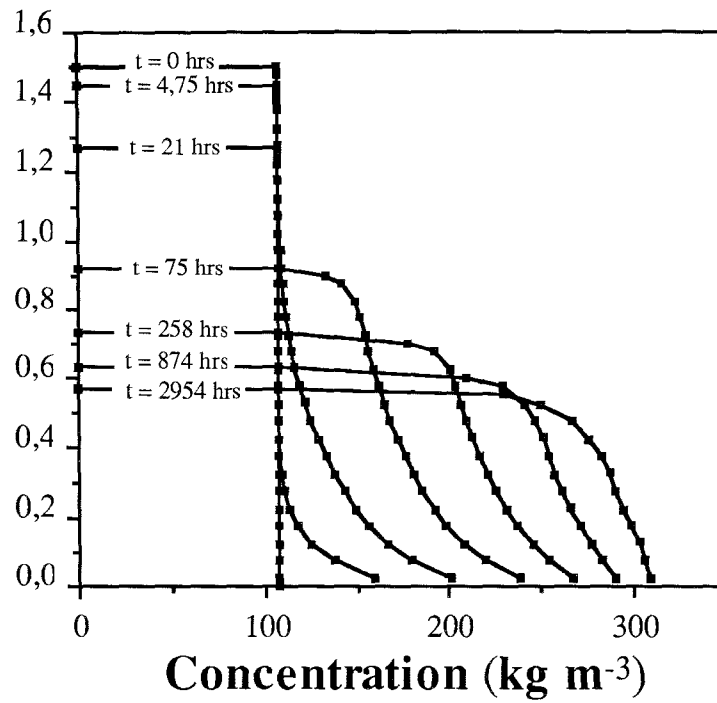
Niveau (m)

Fig. IV.9.-Evolution de la concentration dans le temps, à l'intérieur d'un dépôt (à partir de notre modèle).

4.2.6.- Equations de consolidation des vases normalement consolidées.

Lorsque une vase de concentration supérieure de C_0 , se trouve en tout moment dans un état normalement consolidé, la contrainte effective σ' et la contrainte de consolidation préalable σ'_{cp} , sont égales en tout moment.

Dans ce cas spécifique, la simultanéité des équations (4.35), (4.40)^I, (4.41) et (4.52), conduit à :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial [-v_{ss} C]}{\partial z} + \frac{\partial [C_c \partial C / \partial z]}{\partial z} \quad (4.57)$$

$$\text{avec : } C_c = k \frac{1}{\rho_o g} C \frac{d\sigma'}{dC} \quad (4.58)$$

$$\text{et : } v_{ss} = - \frac{k}{\rho_o} \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right) C \quad (4.59)$$

où : C_c , est le coefficient de consolidation de notre modèle ($m^2 s^{-1}$) ;

et v_{ss} , dénote la vitesse de sédimentation de la phase solide en absence des contraintes effectives ($m s^{-1}$).

L'équation (4.59) donne la vitesse de la phase solide dans un dépôt lorsque les contraintes effectives sont négligées. Cette équation est formulée pour la première fois par Been [6].

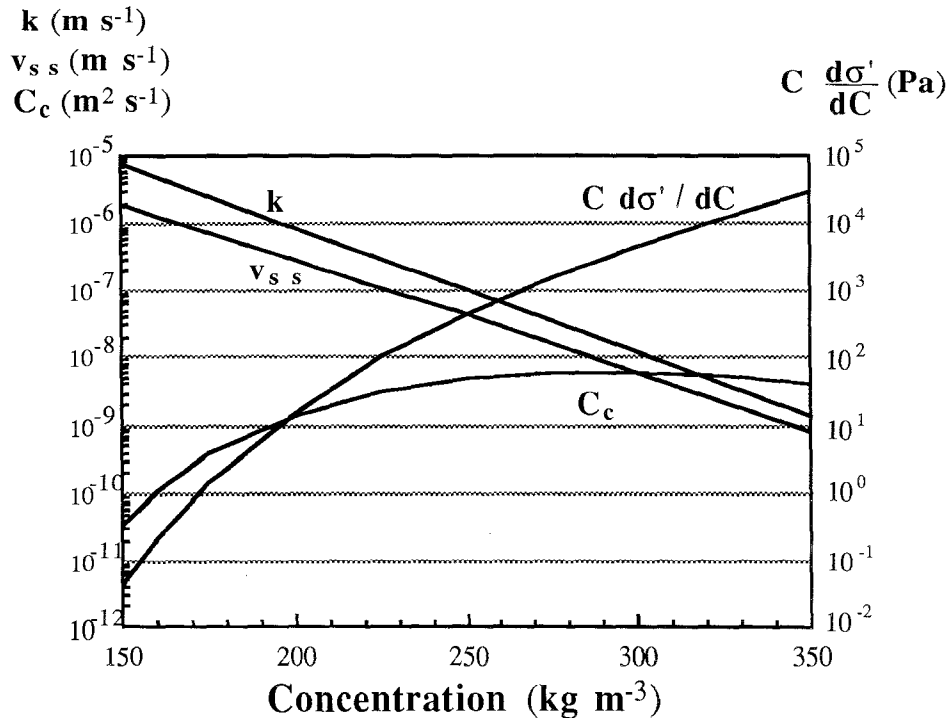


Fig. IV.10.- Variation avec la concentration de k , de $C \frac{d\sigma'}{dC}$, de C_c , et de v_{ss} , pour les paramètres de la loi de compressibilité et de la loi de variation de la perméabilité sortant au calage de nos colonnes de consolidation.

La Fig. IV.10, montre la variation de k , de $C \, d\sigma'/dC$, de C_c , et de $v_{s \, s}$, avec la concentration, pour les paramètres de la loi de compressibilité et de la loi de variation de la perméabilité mentionnés précédemment.

4.2.7.- Relation contrainte-déformation pour les essais du LCHF.

Le LCHF [45] présente une relation permettant de déterminer la concentration en fonction de la profondeur, dans un culot de tassement, après un temps semi-infini de consolidation.

$$C = C_s + n_1 \log_{10} h \quad (2.54)$$

où : C_s , est la concentration à la surface du dépôt (kg m^{-3}) ;

h la profondeur en cm ($h \geq 1 \text{ cm}$) ;

et n_1 , un paramètre dépendant de la nature du complexe sol-eau, pour les vases marines étudiées au LCHF, les valeurs de n_1 sont comprises entre 50 et 80.

Dans l'étude théorique de la consolidation, la concentration finale de la vase, après dissipation complète de la surpression interstitielle (pour $\sigma = \sigma'$) ne dépend pas directement de la profondeur, mais de la contrainte de consolidation.

Afin de pouvoir utiliser le grand nombre des mesures de tassement réalisées au LCHF dans d'études de consolidation tenant compte des contraintes, nous déduisons ici la relation contrainte-déformation sortant de l'équation (2.54) ; pour ceci nous considérons que la concentration en surface C_s correspond à la concentration délimitant les phénomènes de sédimentation et de consolidation C_o , et que l'équation (2.54) peut être mise sous la forme :

$$C = C_s + n_1 \log_{10} (100 z_b + 1)$$

où : z_b , la profondeur en m ;

Dans ces conditions, l'équation précédente et l'équation (4.35) conduisent à :

$$\sigma' = \frac{1}{100} \frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_s} g \left\{ \left[C - \frac{n_1}{\ln(10)} \right] \left[\exp \left(\frac{\ln(10)}{n_1} (C - C_s) \right) - 1 \right] + (C - C_s) \right\}$$

pour : $C > C_s = C_o$

qui est complétée par :

$$\sigma' = 0 \quad \text{pour : } C < C_s = C_o$$

4.3.- SEDIMENTATION DES VASES.

Dans le chapitre 2.4.4.2.3, nous avons vu que la vitesse de chute des particules dépend essentiellement de la concentration en matières en suspension C_{MES} et en moindre importance du diamètre des particules et des propriétés de la phase fluide tels que la salinité. Ainsi, pour un matériau donné et un milieu fluide donné, la vitesse de sédimentation d'une vase dépend exclusivement de la C_{MES} .

La concentration en matières en suspension étant inférieure de C_0 au cours du processus de sédimentation, les flocons de vase ne forment pas une structure à réseau continu tridimensionnel, on dit alors que la vase fait partie d'une suspension.

Le phénomène de sédimentation correspond donc, à une augmentation de la concentration au fond d'une suspension, due à la décantation de particules formant la phase solide.

Dans cette étude, nous étudions la sédimentation des vases, comme un phénomène de tassement en absence des contraintes effectives transmises grain à grain dans la phase solide.

4.3.1- Alternatives pour l'étude de la sédimentation.

La vitesse de chute d'un corps solide se sédimentant dans un milieu liquide infini, est le résultat de la solution des équations de Navier-Stokes, de l'équation de continuité, des conditions initiales, et des conditions de frontière.

Equations de Navier-Stokes pour un liquide incompressible :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right], \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right], \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.60)$$

ou : ρ , la densité du fluide (kg m^{-3}) ;

μ , la viscosité du fluide (kg m^{-3}) ;

x, y , et z , les coordonnées cartésiennes (m) ;

v_x, v_y , et v_z , les vitesses du fluide dans les directions x, y, z (m s^{-1}) ;

p , la pression (Pa) ;

et g_x, g_y et g_z , sont les composantes de la gravité \mathbf{g} (m s^{-2}), données respectivement par :

$$g_x = -g \frac{\partial h}{\partial x} ; \quad g_y = -g \frac{\partial h}{\partial y} ; \quad g_z = -g \frac{\partial h}{\partial z} .$$

où : h , est mesurée dans la direction contraire du champ gravitationnel \mathbf{g} .

Lorsque les variations spatio-temporelles des vitesses le long des lignes de courant sont faibles (effets inertiels négligeables devant ceux dus à l'action de la pesanteur) les vitesses terminales (régime permanent) sont gouvernées d'après les équations de Navier-Stokes (équations (4.60)), par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (p + \rho g h)}{\partial x} &= \mu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right], \\ \frac{\partial (p + \rho g h)}{\partial y} &= \mu \left[\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right], \\ \frac{\partial (p + \rho g h)}{\partial z} &= \mu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.61)$$

D'autre part, l'équation de continuité pour un liquide incompressible est :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.62)$$

Pour des fluides incompressibles dans un champ gravitationnel , les variables de l'écoulement sont donc : $v_x(x, y, z, t)$; $v_y(x, y, z, t)$; $v_z(x, y, z, t)$; et $p(x, y, z, t)$. Alors, en principe, les 3 équations de mouvement (équations (4.60) ou (4.61)) plus l'équation de continuité (équation (4.62)), sont suffisantes pour obtenir une solution lorsque l'on connaît les conditions de frontière et les conditions initiales au temps $t = t_0$ ($v_x(x, y, z, t_0)$; $v_y(x, y, z, t_0)$; $v_z(x, y, z, t_0)$; et $p(x, y, z, t_0)$).

Usuellement, la condition de frontière établit que la vitesse relative du fluide par rapport au corps solide à la surface de ce dernier est nulle.

En négligeant les termes correspondant aux forces d'inertie (variation de vitesses par rapport à l'espace nulles) et en considérant que le milieu liquide est incompressible, Stokes, résolut le premier, le problème de la sédimentation d'une sphère solide dans un milieu fluide. Sa solution des équations (4.61) permet de déterminer la vitesse terminale de chute des particules w_D , indépendamment des conditions initiales, par :

$$w_D = - \frac{1}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_o} \right) \frac{D^2}{\nu} g \quad (2.6)$$

Lorsque une suspension contient un grand nombre de particules en suspension de taille différente et que l'on connaît la position de chaque particule, on peut toujours se servir des équations de Navier-Stokes (ou des équations (4.61)) et de l'équation de continuité (4.62) pour déterminer la vitesse de chute de chaque particule.

Généralement, le problème précédent n'admet pas de solution analytique. Des solutions numériques, introduisant une distribution probabilistique des particules dans l'espace, représentent la seule manière envisageable de résoudre ce problème.

La sédimentation des flocons de vase est un problème encore plus compliqué, du fait que les particules de vase s'accompagnent d'une couche mince d'eau adhérente à leurs surfaces, ce que confère aux flocons de vase une densité apparente inférieure à celle des particules solides.

Du fait de la complexité du problème et de l'incertitude dans ce qui concerne la densité apparente des flocons, nous avons écarté la possibilité d'étudier les variations spatio-temporelles des vitesses et des pressions.

L'alternative que nous avons retenu pour analyser la sédimentation de la vase est d'étudier seulement les vitesses moyennes locales de la phase solide définies respectivement par :

$$v_f = \frac{\Delta Q_{Vf}}{n \Delta A} \quad \text{et} \quad v_s = \frac{\Delta Q_{Vs}}{(1-n) \Delta A} .$$

où : v_f , la vitesse de la phase fluide (vitesse moyenne verticale sur la surface finie ΔA , avec laquelle l'eau coule à travers les vides de la suspension) (m s^{-1}) ;

ΔQ_{Vf} , le débit volumique de la phase liquide à travers la surface fine ΔA ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$) ;

ΔA , surface finie perpendiculaire à ΔQ_{Vf} et ΔQ_{Vs} , d'une dimension de l'ordre de quelques vides ou de quelques particules solides (m^2) ;

n , la porosité ;

v_s , la vitesse de la phase solide (vitesse moyenne des particules solides) (m s^{-1}) ;

ΔQ_{Vs} , le débit volumique de la phase solide à travers la surface ΔA ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$).

Les vitesses moyennes v_f et v_s sont étudiées comme fonctions des pressions moyennes ($\bar{p} + \bar{\rho g h}$) .

L'étude des équations (4.61) a permis d'acquérir certaines connaissances, ainsi par exemple lorsque un écoulement est essentiellement vertical dû à l'action de la pesanteur, la vitesse relative de la phase fluide par rapport à la vitesse de la phase solide ($v_f - v_s$), est proportionnelle au gradient vertical de ($\bar{p} + \bar{\rho g h}$) .

$$v_f - v_s = - \frac{cnste_F}{\mu} \frac{\partial (\bar{p} + \overline{\rho g h})}{\partial z} \quad (4.63)$$

où : $cnste_F$, est une constante dépendant de la géométrie des frontières solides.

Le problème de la vitesse de sédimentation d'une particule sphérique solide dans un milieu fluide infini, étudiée par Stokes, ainsi que l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux, étant des solutions particulières des équations (4.61), satisfont l'équation (4.63).

Dans le cas de la sédimentation d'une particule sphérique dans un milieu fluide infini, au centre de la particule on a :

$$\frac{\partial (\bar{p} + \overline{\rho g h})}{\partial z} = - (\rho_s - \rho_o) g$$

où : ρ_s , est la masse volumique de la particule sphérique (kg m^{-3}).

et ρ_o , la masse volumique de la phase fluide (kg m^{-3}).

Le milieu étant infini, la vitesse moyenne de la phase fluide v_f à travers une surface horizontale ΔA infinie, est nulle, alors, d'après l'équation (4.63) nous avons :

$$v_s = - \frac{cnste_F}{\mu} (\rho_s - \rho_o) g$$

Si l'on compare l'équation précédente avec l'équation (2.6), on observe que dans le cas de la sédimentation d'une sphère solide dans un milieu fluide infini, et lorsque les effets inertiels sont négligeables, la constante $cnste_F$ est liée au diamètre D des particules par :

$$cnst_F = \frac{1}{18} D^2$$

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux, la magnitude $(\bar{p} + \overline{\rho g h})$ représente la charge hydraulique ΔH ; d'après la loi de Darcy modifiée par Schiedegger (équation (4.42)) et de l'équation (4.63), la constante $cnste_F$ et le coefficient de perméabilité sont reliés donc, par :

$$k = \frac{\rho_o g}{n} \frac{cnste_F}{\mu},$$

de manière que l'on a :

$$n (v_f - v_s) = - k \frac{\partial (\Delta h)}{\partial z}$$

4.3.2.- Développement d'un modèle de vitesse de sédimentation de vases.

Etant donné que notre modèle de vitesse de sédimentation est assemblé avec notre modèle de consolidation, par la suite nous utilisons une terminologie analogue à celle utilisées pour l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux.

Nous commençons le développement de notre modèle de sédimentation par l'énumération des **hypothèses de travail** :

- 1.- l'écoulement ascendant de liquide qui accompagne la sédimentation de la phase solide est laminaire ;
- 2.- les effets inertiels sont négligeables devant ceux dus à la pesanteur ;
- 3.- les pertes d'énergie liées à la collision entre particules de vase sont négligeables devant l'action de la pesanteur.

Ainsi, le phénomène de sédimentation est gouverné par les équations (4.61) et l'on peut rechercher une expression analogue à l'équation (4.63) pour obtenir la vitesse relative de la phase fluide par rapport à celle de la phase solide.

Ensuite, la surpression hydraulique u , moyenne sur un plan horizontal localisé en z_1 , due au poids des matières en suspension est (Fig. IV.11) :

$$u = \rho_o g \Delta h \quad (4.64)$$

avec :

$$\Delta h = \frac{1}{\rho_o} \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] \int_{z_1}^H C dz \quad (4.65)$$

où : Δh , est la charge hydraulique au niveau z_1 (m), due au poids des MES ;

ρ_s , la masse volumique de la phase liquide (kg m^{-3}) ;

et ρ_o , la masse volumique de la phase liquide (kg m^{-3}).

D'après les deux équations précédentes, le gradient vertical de la surpression hydraulique u , due au poids des matières en suspension est :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = - \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] g C \quad (4.66)$$

Finalement, en analogie avec l'écoulement de liquides dans un milieu poreux, nous considérons que la vitesse relative moyenne de la phase fluide par rapport à celle de la phase solide, sur un

plan horizontal, est proportionnelle au gradient vertical de la surpression hydraulique u , et donnée par (Fig. IV.12) :

$$n (v_f - v_s) = -k' i \quad \text{avec : } i = \frac{1}{\rho_o g} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.67)$$

où : v_f , la vitesse de la phase fluide (vitesse moyenne sur un plan horizontal avec laquelle l'eau coule à travers les vides de la suspension) (m s^{-1}) ;

v_s , la vitesse de la phase solide (vitesse moyenne des particules solides) (m s^{-1}) ;

k' , est un coefficient, fonction de la géométrie des flocons de vase ainsi que de l'épaisseur de la couche d'eau adhérente aux particules de vase, ce coefficient est analogue au coefficient de perméabilité d'un sol k , et par continuité : $k' = k$ pour $C = C_o$. Dans cette étude k' est appelé coefficient de perméabilité de la suspension.

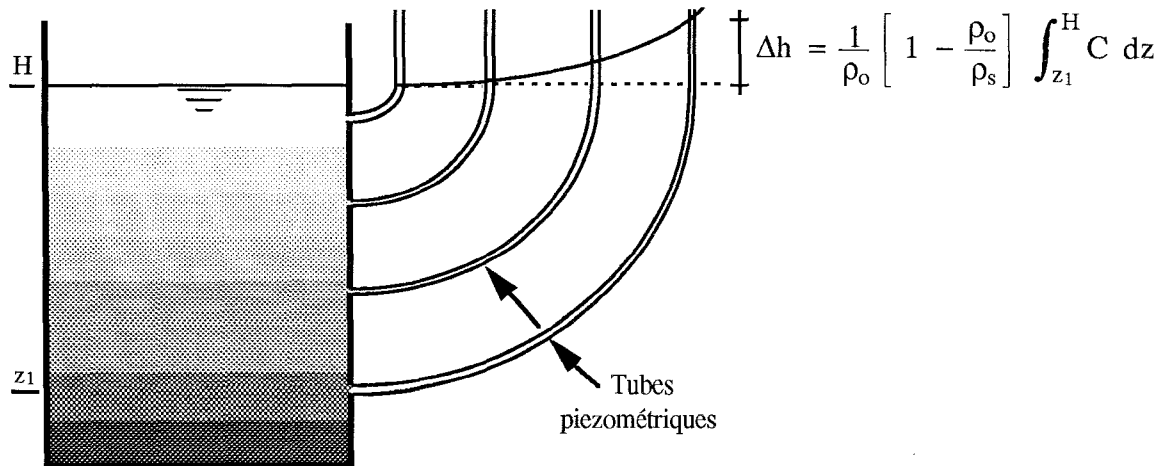


Fig. IV.11.- Charge hydraulique dans une suspension.

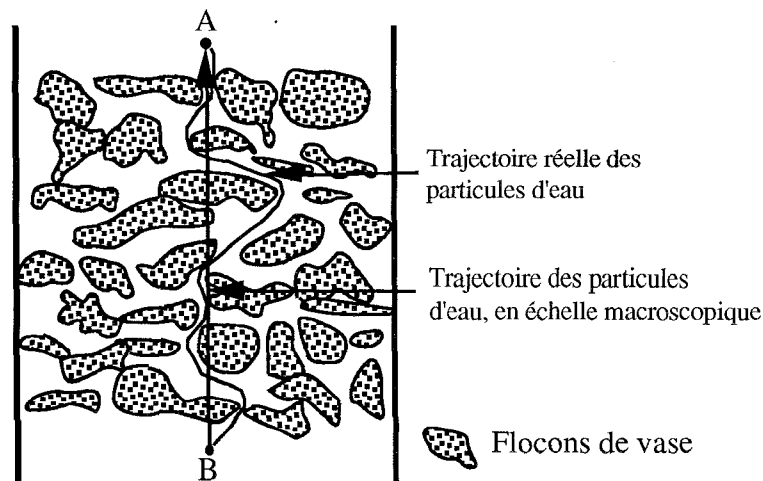


Fig. IV.12.- Trajectoires des particules d'eau dans une suspension.

4.3.2.1.- Vitesse de la phase solide.

L'équation (4.67) avec les équations de continuité de la phase solide et de la phase liquide conduisent, dans le cas de la sédimentation dans une colonne à un fond imperméable, à (voir chapitre 4.2.4.7).

$$v_s = k' i \quad \text{avec : } i = \frac{1}{\rho_o g} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.68)$$

La simultanéité des équations (4.66) et (4.68) permet d'écrire :

$$*** \quad v_s = - k' \frac{1}{\rho_o} \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] C \quad (4.69)$$

Le signe négatif de l'équation précédente indique que la vitesse de la phase solide est dirigée dans le sens du champ de la pesanteur.

L'équation (4.69) est propre à cette étude, elle montre que la vitesse de sédimentation de la phase solide d'une vase, est fonction seule de la concentration, notamment de C et de $k'(C)$.

D'après l'équation (4.69), la concentration en MES a un double effet sur la vitesse de la phase solide :

- D'un côté, l'augmentation de la concentration, entraînant une augmentation du gradient vertical de surpression hydraulique, fait augmenter la vitesse de la phase solide.
- D'autre côté, l'augmentation de la concentration, augmentant la taille des flocons de vase et la quantité des MES sur un plan horizontal, provoque une augmentation du parcours réel des particules fluides contournant les flocons (voir Fig. IV.2) et par conséquent une diminution du coefficient k' et de la vitesse de la phase solide.

4.3.2.2.- Loi de perméabilité de la suspension.

En analogie avec la loi de variation du coefficient de perméabilité d'un matériau en processus de consolidation (équation (4.45)), la variation de k' en fonction de C est donnée par la formulation suivante :

$$k' = A_3 \exp \left(- A_4 \frac{C}{\rho_s} \right) \quad (4.70)$$

où : A_3 et A_4 sont de coefficients propres à chaque matériau ($A_3 > 0$ et $A_4 > 0$).

4.3.2.3.- Equation de continuité de la phase solide.

L'équation de continuité de la phase solide (équation (4.52)), est (voir chapitre 4.2.4.8) :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C v_s}{\partial z} = 0 \quad (4.52)$$

4.3.2.4.- Récapitulation de notre modèle de vitesse de sédimentation.

4.3.2.4.1.- Hypothèse de travail introduites dans notre modèle.

- 1.- la suspension est homogène ;
- 2.- la suspension est complètement saturée ;
- 3.- l'eau et les particules de vase sont incompressibles ;
- 4.- l'écoulement ascendant de liquide qui accompagne la sédimentation de la phase solide est laminaire ;
- 5.- les effets inertiels sont négligeables devant ceux dus à la pesanteur ;
- 6.- les pertes d'énergie liées à la collision entre particules de vase sont négligeables devant l'action de la pesanteur.
- 7.- l'écoulement de l'eau est vertical dans une échelle macroscopique ;
- 8.- la vitesse relative moyenne de la phase fluide par rapport à celle de la phase solide est proportionnelle au gradient hydraulique dû au poids des MES ;
- 9.- le nombre des particules en suspension est suffisamment grand pour que la valeur locale du gradient hydraulique puisse être représentée par la valeur du gradient vertical des pressions moyennes ($\bar{p} + \rho \mathbf{g} \mathbf{h}$) ;
- 10.- la perméabilité de la suspension k' , ne dépend que de la concentration (à température constante) ;
- 11.- les contraintes effectives sont nulles.

4.3.2.4.2.- Equations gouvernant la sédimentation.

Vitesse de la phase solide :

$$v_s = - k' \frac{1}{\rho_o} \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] C \quad (4.69)$$

Equation de continuité de la phase solide :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C v_s}{\partial z} = 0 \quad (4.52)$$

4.3.2.4.2.- Loi de perméabilité de la suspension utilisée.

Loi de variation du coefficient de perméabilité de la suspension :

$$k' = A_3 \exp \left(- A_4 \frac{C}{\rho_s} \right) \quad (4.70)$$

4.3.3.- Validation de notre modèle de vitesse de sédimentation.

Une première validation de notre modèle de vitesse de sédimentation est faite en utilisant les formulations empiriques proposées par Thorn [70] d'après une série de mesures de la vitesse de chute, réalisées en laboratoire pour des suspensions contenant de la boue de l'estuaire Severn (G.B.) (voir chapitre 2.4.4.2.3).

Les formulations de Thorn sont les suivantes :

$$w_s = 0,0026 \left(1 - 0,008 \bar{C}_{MES} \right)^{4,65} \quad \text{pour : } 3,500 < \bar{C}_{MES} < 100 \text{ kg m}^{-3} \quad (2.42)$$

$$w_s = 0,000513 \bar{C}_{MES}^{1,29} \quad \text{pour : } 0,300 < \bar{C}_{MES} < 3,50 \text{ kg m}^{-3}$$

Le lissage des deux équations précédentes à partir de notre modèle de vitesse de sédimentation, qui est formé par les équations (4.69) et (4.70), nous permet de déterminer les coefficients A_3 et A_4 de notre loi de perméabilité de la suspension ; les résultats obtenus sont (voir Fig. IV.13 et aussi Fig. II.13) :

$$\left. \begin{array}{l} A_3 = 0,9144 \text{ m s}^{-1} \\ A_4 = 258,725 \end{array} \right\} \quad \text{valables pour : } 0,300 < C < 100 \text{ kg m}^{-3}$$

Le coefficient de corrélation r (déterminé par l'erreur entre notre lissage et les points calculés avec les formulations de Thorn) vaut 0,64.

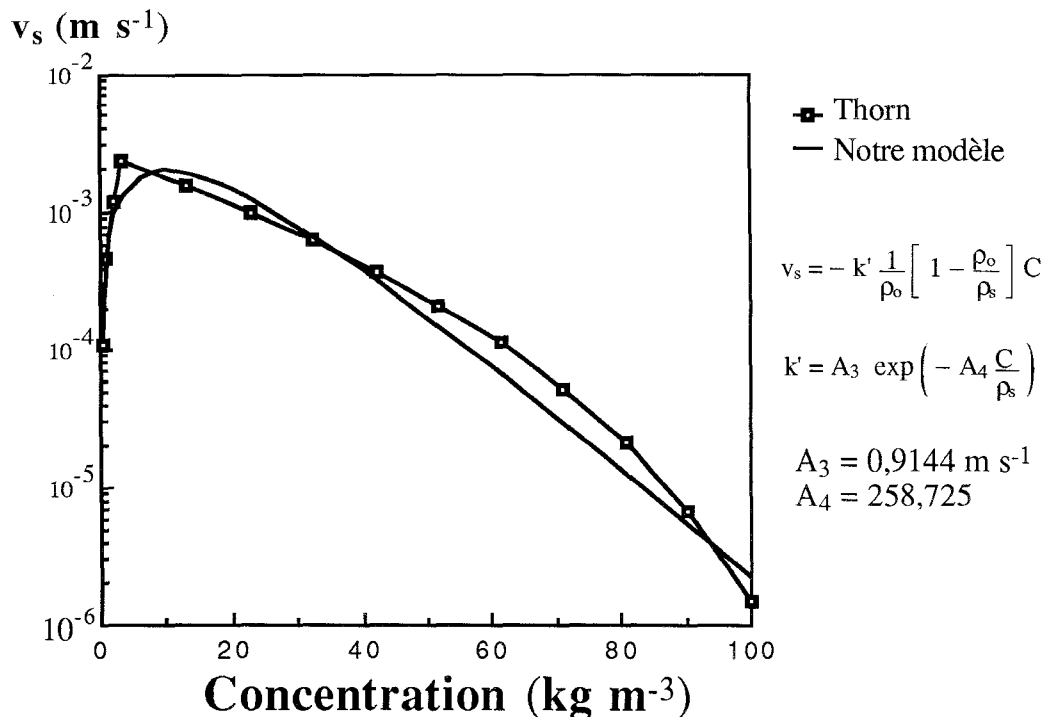


Fig. IV.13.- Validation de notre modèle de vitesse de sédimentation, à partir des formulations empiriques de Thorn [70].

4.3.3.1.- Validation de notre modèle de vitesse de sédimentation à partir des mesures de la vitesse de sédimentation de la vase de la Loire.

Nous avons mesuré en laboratoire, la vitesse de chute de 14 complexes vase-eau, reconstitués à concentration variable, en utilisant une vase provenant du port de plaisance de Trentemoult, estuaire de la Loire (échantillon 2 de nos essais rhéologiques (voir chapitre 3)).

Les conditions expérimentales sont les suivantes :

Température des essais = 12° C

Salinité du milieu aqueux = 10 ‰

Diamètre des tubes de sédimentation = 0,05 m

Mise en oeuvre des essais = 12 février 1991

Les vitesses mesurées nous servent à faire une deuxième validation de notre modèle de vitesse de sédimentation et à caler ce modèle pour la vase de la Loire.

Le lissage des vitesses mesurées à partir de notre modèle de sédimentation, nous permet de déterminer les coefficients A_3 et A_4 de notre loi de perméabilité de la suspension ; les résultats obtenus sont (voir Fig. IV.14) :

$$\left. \begin{array}{l} A_3 = 0,3797 \text{ m s}^{-1} \\ A_4 = 315,00 \end{array} \right\} \text{ valables pour : } 2,500 < C < 86,4 \text{ kg m}^{-3}$$

Le coefficient de corrélation r (déterminé par l'erreur entre notre lissage et les vitesses mesurées en laboratoire) vaut 0,873.

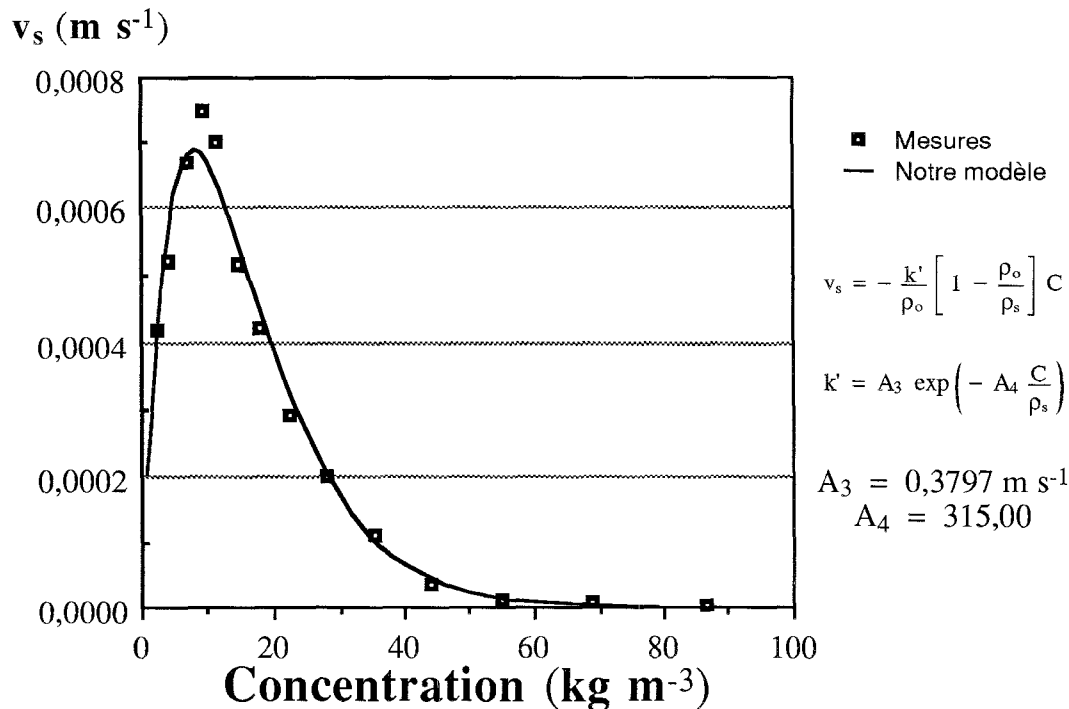


Fig. IV.14.- Validation de notre modèle de vitesse de sédimentation, à partir des mesures des vitesses de sédimentation réalisées sur de la vase de la Loire.

4.4.- ASSEMBLAGE DES MODELES DE VITESSE DE SEDIMENTATION ET DE CONSOLIDATION.

Tout d'abord, nous rappelons que notre modèle de consolidation pour les sols normalement consolidés est formé par les équations (4.57), (4.58) et (4.59), à savoir :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial [-v_{ss} C]}{\partial z} + \frac{\partial [C_c \partial C / \partial z]}{\partial z} \quad (4.57)$$

avec :

$$C_c = k \frac{1}{\rho_o g} C \frac{d \sigma'}{dC} \quad (4.58)$$

et :

$$v_{ss} = - \frac{k}{\rho_o} \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right) C \quad (4.59)$$

Lorsque la concentration d'une suspension est inférieure de celle correspondant à la frontière entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation ($C \leq C_o$), les contraintes effectives étant nulles ($d\sigma'/dC = 0$), l'équation (4.57) devient :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial [-v_{ss} C]}{\partial z} \quad (4.71)$$

La continuité entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation, d'après l'égalité des équations (4.59) et (4.69), implique que :

$$k = k' \quad \text{pour : } C = C_o \quad (4.72)$$

Précédemment, nous avons déterminé, d'un côté, les paramètres de notre loi de perméabilité du sol (coefficients A_1 et A_2 de l'équation (4.45)) à partir du calage de nos colonnes de consolidation et d'autre côté, nous avons déterminé les paramètres de la loi de perméabilité de la suspension (coefficients A_3 et A_4 de l'équation (4.70)) à partir du lissage des vitesses de sédimentation mesurées en laboratoire. Le calage des lois de perméabilité du sol et de la suspension, ayant été réalisé pour des domaines de concentration différentes, l'égalité donnée par l'équation (4.72) n'est pas satisfaite.

Par la suite nous présentons une troisième loi de perméabilité, valable aussi bien pour la suspension que pour le sol en cours de consolidation. Cette loi, qui nous permet l'assemblage des modèles de sédimentation et de consolidation est :

$$k = k' = A_5 \exp \left(-A_6 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} \right) \quad (4.73)$$

Le lissage par l'équation (4.73), des valeurs du coefficient de perméabilité sortant de l'étude dans nos colonnes de consolidation et des vitesses de sédimentation mesurées en laboratoire, nous permet d'obtenir (voir Fig. IV.15) :

$$\left. \begin{array}{l} A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1} \\ A_6 = 67,36 \\ A_7 = 0,6132 \end{array} \right\} \text{ valables pour : } 2,500 < C < 332 \text{ kg m}^3$$

avec un coefficient de corrélation r (déterminé par l'erreur entre notre lissage et les données de coefficient de perméabilité) de :

$$r = 0,948.$$

La figure IV.16, montre les niveaux dans les colonnes de consolidation en fonction du temps, déterminés à l'aide de notre modèle de consolidation, avec la loi de coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.73), les paramètres A_5 , A_6 et A_7 mentionnés précédemment et les paramètres de la loi de compressibilité (C_0 , B_1 et B_2) mentionnés dans le chapitre 4.2.5.1 et dans la propre figure.

La figure IV.17 montre la vitesse de sédimentation déterminé selon notre modèle de vitesse de sédimentation, pour une la loi de perméabilité donnée par l'équation (4.73) et les paramètres A_5 , A_6 et A_7 mentionnés précédemment.

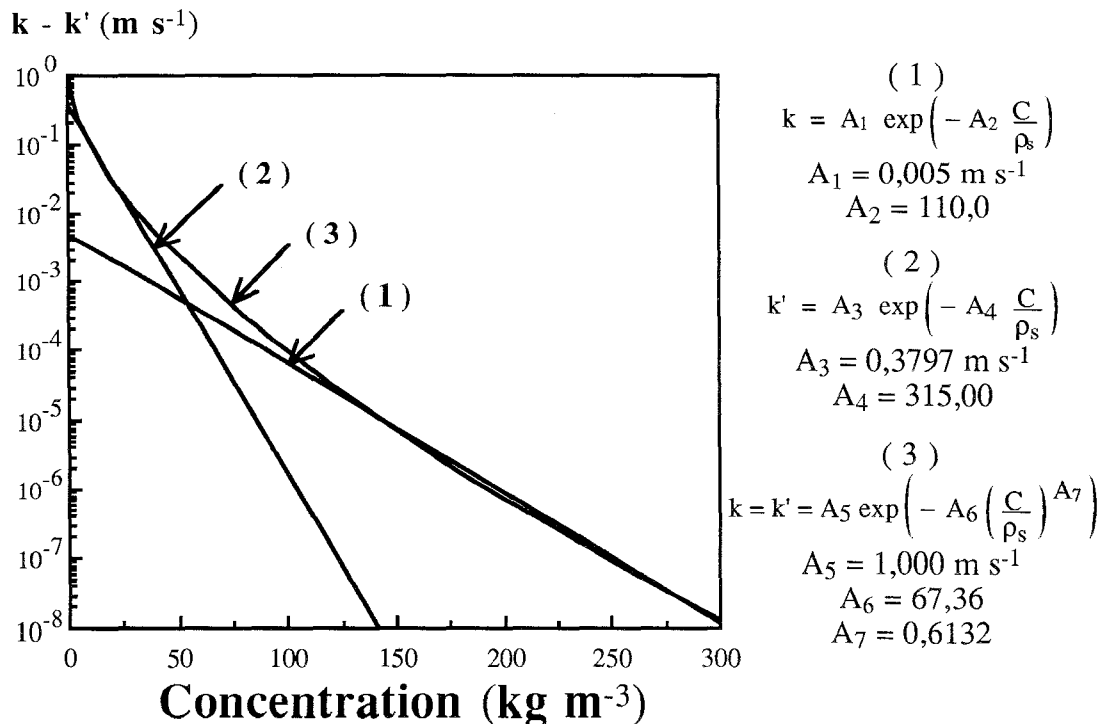


Fig. IV.15.- Coefficient de perméabilité en fonction de la concentration, pour nos différentes lois de variation de ce paramètre.

Niveau (m)

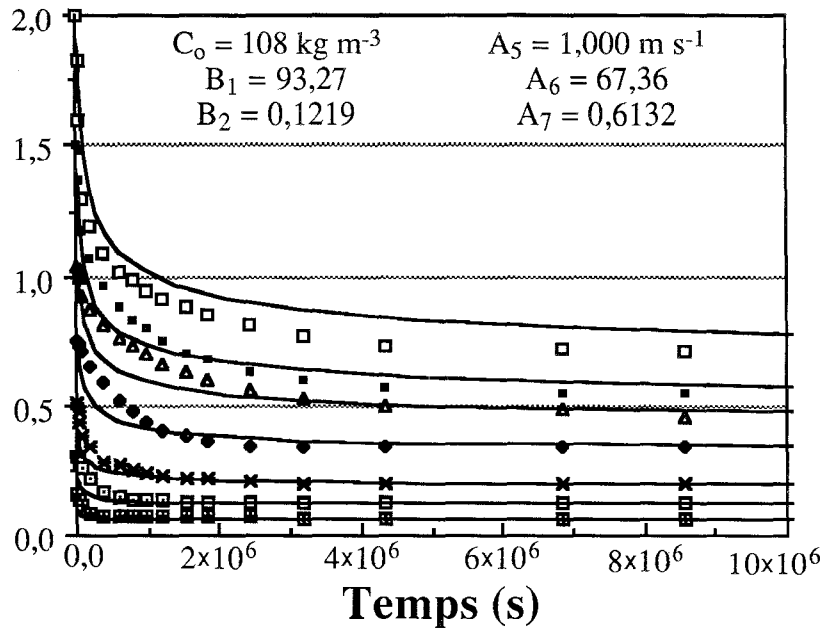


Fig. IV.16.- Niveaux dans les colonnes de consolidation en fonction du temps. En pointillés, données expérimentales ; en trait continu, valeurs déterminés à l'aide de notre modèle de consolidation, avec la loi de coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.73).

Les paramètres de la loi de perméabilité (A_5 , A_6 et A_7) et les paramètres de la loi de compressibilité (C_0 , B_1 et B_2) sont mentionnés dans la figure.

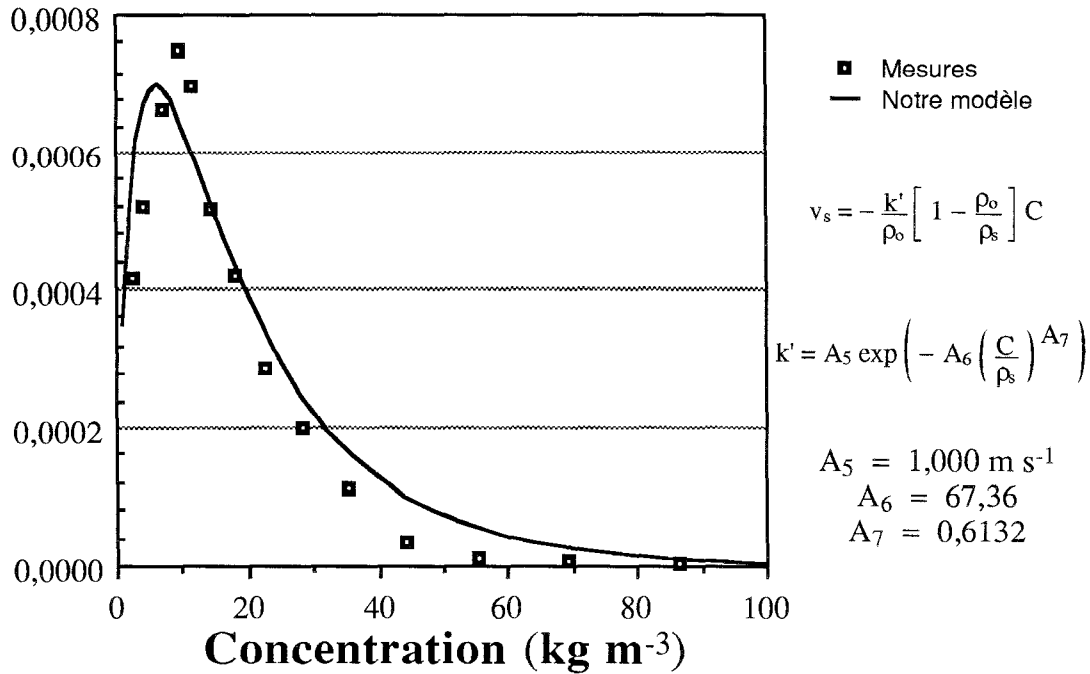
 $v_s \text{ (m s}^{-1}\text{)}$ 

Fig. IV.17.- Vitesse de sédimentation déterminée selon notre modèle de vitesse de sédimentation, pour une la loi de perméabilité donnée par l'équation (4.73) et les paramètres A_5 , A_6 et A_7 mentionnés dans la figure.

4.5.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.

1.- D'après la condition de similitude donnée par l'équation (4.19), **un dépôt de vase atteint sa concentration finale d'autant plus rapidement que l'épaisseur initiale est faible.**

2.- Le retard de la compression étant dû exclusivement à la faible perméabilité du matériau, **la consolidation est d'autant plus rapide** que le coefficient de perméabilité est fort, ou d'après les équations (4.15) et (4.45) (Fig. IV.10), **que la concentration est faible.**

3.- Notre modèle de consolidation permet l'étude du processus de consolidation en tenant compte des contraintes effectives. Ce modèle contient 2 lois 5 paramètres qui sont propres à chaque matériau :

- 2 paramètres pour la loi de perméabilité : A_1 et A_2 ;
- 3 pour la loi de compressibilité du matériau : C_0 , B_1 et B_2 .

La seule variable indépendante est la concentration.

4.- La variabilité des contraintes de consolidation, associée aux phénomènes d'érosion et de sédimentation, est prise en compte dans notre modèle de consolidation :

- lorsque la **contrainte de consolidation est supérieure à la contrainte de consolidation préalable**, le **comportement** du matériau est simulé par un modèle **plastique** ;
- **dans le cas contraire**, nous considérons que **le matériau est rigide.**

5.- D'après notre modèle et le modèle de Terzaghi, on observe que si le fond est imperméable, la consolidation de la vase est un phénomène qui commence par le fond des dépôts (Fig. IV.2 et Fig. IV.9).

6.- L'analyse paramétrique de notre modèle de consolidation montre que :

- a) **la concentration finale** de la vase **dépend** de la contrainte appliquée due au poids propre du matériau et **des paramètres de la loi de compressibilité** ;
- b) **la vitesse de consolidation dépend** essentiellement du coefficient de perméabilité, soit selon la loi de variation de k , de la concentration de la vase et **des propres paramètres de la loi de variation du coefficient de perméabilité.**

7.- La simulation simultanée du tassement des 7 colonnes de consolidation de vase de la Loire étudiées en laboratoire est obtenue en utilisant la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.45) avec les valeurs des paramètres qui suivent :

$$A_1 = 0,005 \text{ m s}^{-1} ,$$

$$A_2 = 110,00 .$$

Ces valeurs sont valables pour des concentrations comprises entre 108 et 332 kg m⁻³.

D'autres ajustements des paramètres de la loi de variation de la perméabilité réalisés de façon à reproduire les tassements dans chaque colonne, conduisent à des valeurs du coefficient de perméabilité différentes pour une même concentration selon la colonne étudiée.

Ces valeurs du coefficient de perméabilité sont d'une grandeur d'autant plus importante que la hauteur initiale du dépôt est plus élevée. Néanmoins nous considérons que cette "erreur" est acceptable, vu le large domaine de hauteurs initiales reproduit dans les colonnes de tassement étudiées en laboratoire.

8.- La loi reliant la contrainte effective et la concentration utilisée dans notre modèle simule une transition graduelle entre le processus de sédimentation et de consolidation, car elle a les propriétés suivantes :

$$\sigma' = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\sigma'}{dC} = 0 \quad \text{pour : } C \leq C_o$$

$$\sigma' > 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\sigma'}{dC} > 0 \quad \text{pour : } C > C_o$$

Ainsi, le tassement par sédimentation est simulé comme un cas particulier en absence de contraintes effectives ($C_c = 0$ dans l'équation (4.57)).

9.- Le modèle de vitesse de sédimentation, formé par l'équation (4.69) et par la loi de variation de k' donnée par l'équation (4.70) permettent la modélisation de la dynamique verticale des vases en état de suspension sous conditions d'eau calme à seulement 2 paramètres, pour des concentrations supérieures à une valeur de l'ordre de 0,3 kg m⁻³.

Pour des concentrations inférieures à cette valeur, Mehta [41] (voir chapitre 2.4.4.2.2) montre que la vitesse de chute des vases est pratiquement constante et indépendante de la concentration, si bien que les hypothèses introduites dans notre modèle ne sont plus valables.

10.-La loi de variation de $k = k'$ donnée par l'équation (4.73) permet l'assemblage des modèles de sédimentation et de consolidation. Ainsi, cette loi de variation des coefficients de perméabilité, avec les paramètres :

$$A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1},$$

$$A_6 = 67,36,$$

$$A_7 = 0,6132,$$

permet la simulation sous conditions d'eau calme, de la dynamique verticale de la vase de l'estuaire de la Loire étudiée en laboratoire ayant des concentrations comprises entre 2,50 et 332,00 kg m⁻³.

5.- Etude de la sédimentation et de la consolidation II.

5.1.- UNE SOLUTION PARTICULIERE POUR LES COLONNES DE SEDIMENTATION.

Nous étudions dans ce chapitre, le problème de l'évolution de la concentration d'une suspension à l'intérieure d'une colonne ayant, au début du processus de sédimentation, une concentration initiale C_i constante (Fig. V.1).

L'évolution de la concentration à l'intérieure de la colonne, est gouvernée par l'équation de continuité de la phase solide (équation (4.52)), à savoir :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C v_s}{\partial z} = 0 \quad (4.52)$$

D'autre part, le produit de la concentration par la vitesse de sédimentation de la vase, représente le flux solide de sédimentation Q_s à travers une section horizontale.

$$Q_s = - v_s \times C \quad (5.1)$$

En combinant les équations (4.52) et (5.1), on obtient l'équation gouvernant l'évolution de la concentration, qui s'écrit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial Q_s}{\partial z} \quad (5.2)$$

Afin de pouvoir résoudre l'équation précédente, nous introduisons l'hypothèse selon laquelle la vitesse de la phase solide est nulle pour une concentration finie C_f .

5.1.1.- Concentration au fond de la colonne de sédimentation.

Dans les chapitres 2.4.4.2.3 et 4.3, nous avons vu que pour une vase donnée et un milieu aqueux donné, la vitesse de sédimentation dépend exclusivement de la concentration en MES, dénotée ici par C , nous pouvons donc écrire :

$$Q_s = - v_s (C) \times C = \phi_c (C)$$

où : ϕ_c , est la fonction de débit de sédimentation.

Si nous analysons l'évolution de la concentration au fond de la colonne de sédimentation, dans une sous-couche d'épaisseur différentielle Δz , nous observons que la vitesse de tassement de cette sous-couche est (voir Fig. V.2) :

$$Q_s = \phi_c (C (\Delta z, t))$$

où : $C (\Delta z, t)$, est la concentration en surface de la sous-couche différentielle du fond (kg m^{-3}).

Si l'épaisseur de cette sous-couche du fond est infiniment petit, l'augmentation de la concentration se fait instantanément jusqu'à C_f , concentration pour laquelle on suppose que le débit solide est nul, on écrit alors (indépendamment de la concentration initiale de la suspension):

$$C (z, t) = C_f \quad \text{pour : } z = 0 \quad \text{et } t > 0 \quad (5.3)^I$$

où : C_f est défini comme étant la concentration au dessus de laquelle la vitesse de sédimentation est nulle (kg m^{-3}).

L'équation (5.3)^I est une égalité rigoureuse dans la mesure où la définition de C_f est justifiée ; c'est à dire, dans la mesure où la vitesse de sédimentation associée à C_f est petite devant les vitesses de sédimentation associées aux concentrations inférieures de C_f .

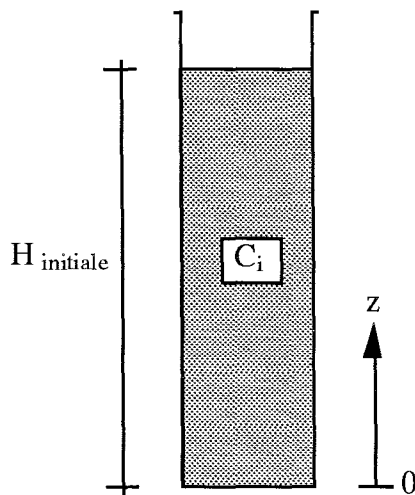


Fig. V.1.- Conditions initiales dans la colonne sédimentation étudiée dans ce chapitre.

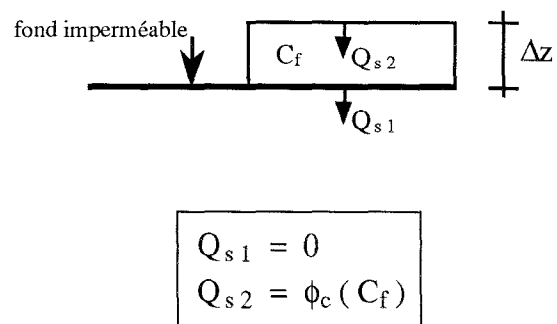


Fig. V.2.- Diagramme illustrant l'évolution de la concentration à l'intérieure d'une sous-couche d'épaisseur différentiel Δz infiniment petit, au fond d'une suspension.

5.1.2.- Formulation des conditions de frontière pour le problème de la colonne de sédimentation.

L'augmentation de la concentration à l'intérieur d'une colonne de sédimentation est due à la discontinuité dans le fond impliquant que :

$$Q_s = 0 \quad \text{pour : } z = 0$$

Etant donné que pour une suspension, les contraintes effectives sont nulles, et prenant en compte la discontinuité du fond, l'évolution de la concentration dans un point placé au niveau z_1 à l'intérieure d'une colonne de sédimentation, est fonction seule du temps, c'est à dire indépendante de la masse solide au dessus de ce point et par conséquent indépendante aussi de l'épaisseur H de la suspension.

Donc, nous étudions par la suite dans ce chapitre, le problème de la sédimentation pour le cas d'une colonne de vase d'épaisseur infini, ayant au début du processus de sédimentation une concentration constante C_i , ce que nous permet d'écrire les conditions de frontière qui suivent :

$$C(z, t) = C_f \quad \text{pour : } z = 0 \quad \text{et } t > 0 \quad (5.3)^I$$

$$C(z, t) = C_i \quad \text{pour : } z = \infty \quad \text{et } t \geq 0 \quad (5.3)^{II}$$

Les conditions de frontière (5.3) impliquent :

$$Q_s = 0 \quad \text{pour : } z = 0 \quad \text{et } t > 0 \quad (5.4)^I$$

$$Q_s = Q_{si} = \phi_c(C_i) \quad \text{pour : } z = \infty \quad \text{et } t \geq 0 \quad (5.4)^{II}$$

où : Q_{si} , est le débit de sédimentation associé à la concentration initiale de la suspension C_i .

5.1.3.- Epaisseur d'une colonne de sédimentation.

L'épaisseur H de la suspension, au temps $t = t_1$, selon la condition de la conservation de la masse solide, est donné par :

$$\int_0^H C(z, t_1) dz = C_i H_i \quad (5.5)$$

ou : H_i , est la hauteur initiale de la suspension (m).

5.1.4.- Présentation de la solution particulière pour les colonnes de sédimentation.

L'exécution de notre modèle de consolidation, nous montre qu'au début du processus de consolidation, lorsque les contraintes effectives sont petites, d'un ordre de magnitude inférieure à 1 Pa (concentration inférieure à 200 kg m⁻³ pour la vase de la Loire), l'évolution de la concentration à l'intérieur d'une colonne, se rapproche d'une fonction exponentielle décroissante (voir Fig. IV.9).

Ceci nous inspire à essayer la solution suivante, qui satisfait les conditions de frontière données par les équations (5.3) pour le problème de tassement par sédimentation d'une vase ayant une concentration initiale constante.

$$C = C_p + (C_f - C_p) \exp\left(-\frac{C_f - C_p}{Q_{s p}} \frac{z}{t}\right) \quad \text{avec : } C \geq C_i \quad (5.6)$$

où : C_p , est une concentration paramétrique servant à moduler le profil des concentrations ;
et $Q_{s p}$, le débit solide associé à C_p (kg m⁻² s⁻¹).

En combinant (5.2) et (5.6) et après intégration, nous obtenons la fonction de débit associée à la solution précédente de l'équation (5.2) satisfaisant les conditions de frontière données par les équations (5.4).

$$Q_s = Q_{s p} - Q_{s p} \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \left[1 - \log_e \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \right] \quad (5.7)$$

Donc, l'équation (5.6) est une solution exacte du problème de la sédimentation d'une vase ayant une concentration initiale C_i constante, si le débit solide de sédimentation est donné par l'équation (5.7).

La validité de cette solution particulière est conditionnée à avoir une valeur de la concentration initial C_i comprise entre la valeur de C_p et celle de C_f .

5.1.5.- Calage de la solution particulière pour les colonnes de sédimentation.

Le calage de la fonction de débit associée à notre solution particulière du problème de sédimentation (équation (5.7)) est réalisé par un lissage des données de débit solide en fonction de la concentration, en utilisant comme paramètres C_p , C_f , et $Q_{s p}$.

Les vitesses de sédimentation mesurées en laboratoire pour la vase de la Loire, nous permettent de caler notre modèle par un lissage qui nous donne :

$$\left. \begin{array}{l} C_p = 16,200 \text{ kg m}^{-3} \\ C_f = 104,905 \text{ kg m}^{-3} \\ Q_{s p} = 0,008 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \text{ valables pour : } C > 16,20 \text{ kg m}^{-3}$$

La Fig. V.3 montre les débits solides en fonction de la concentration selon la fonction de débit (équation (5.7)) et les débits solides calculés à partir des vitesses de sédimentation mesurées en laboratoire.

L'évolution de l'épaisseur pour 3 suspensions ($H_i = 2,00 \text{ m}$, $H_i = 1,50 \text{ m}$ et $H_i = 1,00 \text{ m}$) de concentration initiale $C_i = 25 \text{ kg m}^{-3}$, déterminée par intégration de l'équation (5.5), ainsi que les lignes de iso-concentration en fonction de t et z , déterminées d'après la solution particulière du problème de sédimentation (équation (5.6)), sont montrées dans la figure V.4, pour les paramètres C_p , C_f et $Q_{s p}$ déjà mentionnés.

La Fig. V.5 montre, pour une suspension ayant une concentration initiale de 25 kg m^{-3} et un épaisseur initiale de $2,00 \text{ m}$, la concentration en fonction de la profondeur et du temps, d'après l'équation (5.6), pour les mêmes paramètres C_p , C_f et $Q_{s p}$.

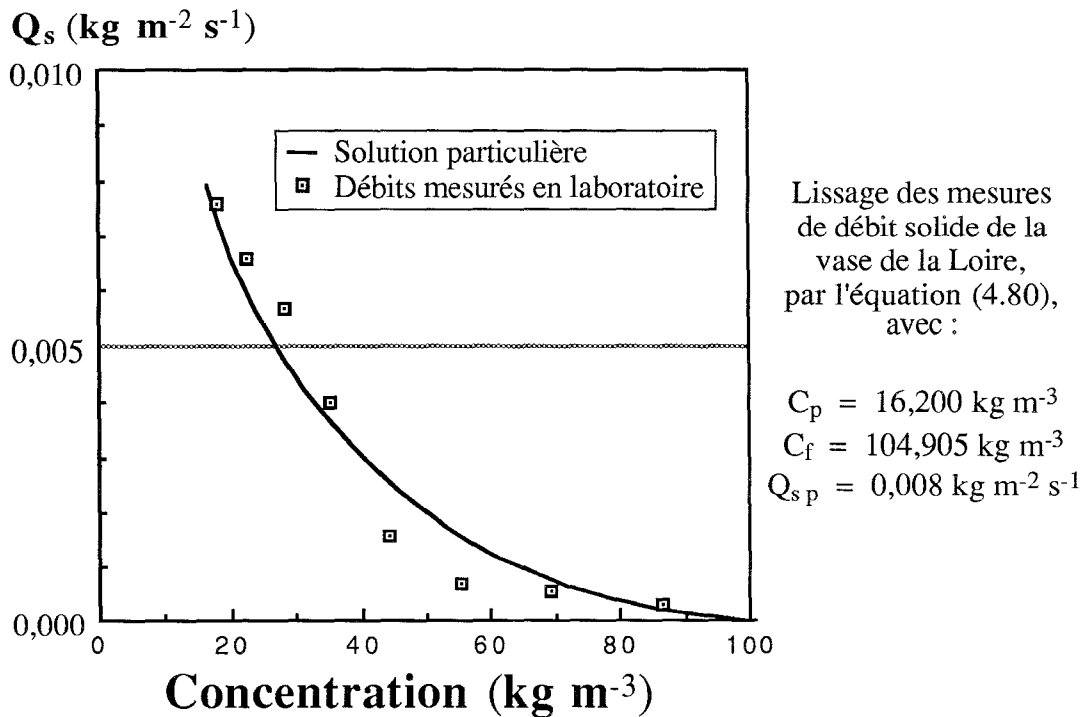


Fig. V.3.- Débits solides en fonction de la concentration selon la fonction de débit (équation (5.7)) et les données générées par les équations (4.73) et (5.1) avec les paramètres mentionnés dans la figure.

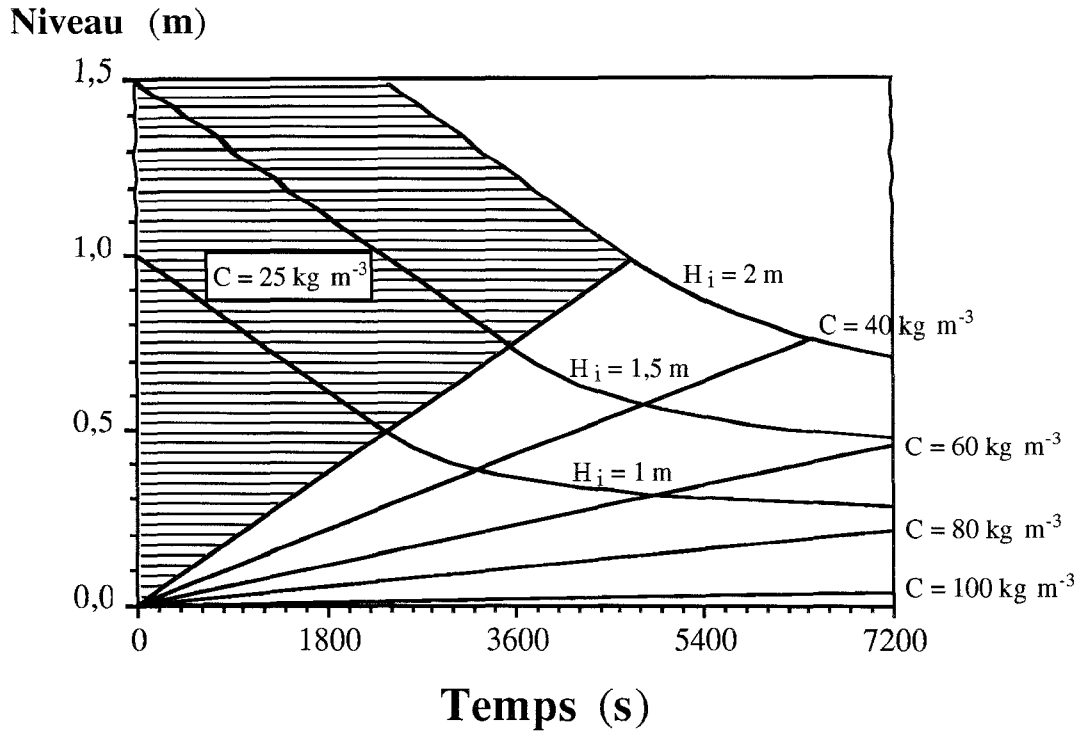


Fig. V.4.- Evolution de l'épaisseur pour 3 suspensions ($H_i = 2,00$ m, $H_i = 1,50$ m et $H_i = 1,00$ m) de concentration initiale $C_i = 25 \text{ kg m}^{-3}$, déterminée par intégration de l'équation (5.5), ainsi que des lignes de iso-concentration en fonction de t et z , déterminées d'après la solution particulière du problème de sédimentation (équation (5.6)), pour les paramètres C_p , C_f et Q_{s_p} déjà mentionnés.

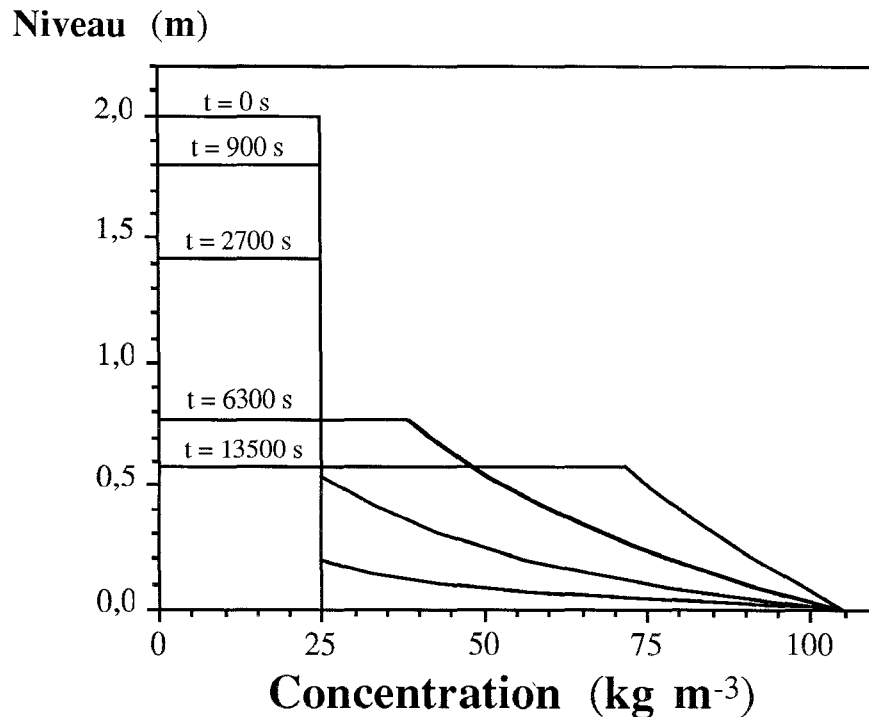


Fig. V.5.- Concentration en fonction de la profondeur et du temps pour une suspension ayant une concentration initiale de 25 kg m^{-3} et une épaisseur initiale de $2,00$ m ; d'après la solution particulière du problème de sédimentation (équation (5.6)) avec les paramètres C_p , C_f et Q_{s_p} mentionnés précédemment.

5.1.6.- Conclusions sur le comportement des suspensions concentrées, sortant de la solution particulière du problème de sédimentation donnée par l'équation (5.6).

- 1.- Le processus de sédimentation est instantané dans une sous-couche au fond ayant une épaisseur Δz infiniment petite et ceci indépendamment de la concentration initiale de la suspension.
- 2.- La vitesse de diminution de l'épaisseur d'une suspension ($\partial H / \partial t$) est fonction seule de la concentration en surface C_s de cette suspension, à savoir :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = v_s (C_s)$$

où : H , est l'épaisseur de la suspension (m).

- 3.- La vitesse de diminution de l'épaisseur d'une suspension ($\partial H / \partial t$) au début du processus de sédimentation est fonction seule de la concentration initiale C_i , et indépendante de la hauteur initiale de la suspension $H_{initiale}$, à savoir :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = v_s (C_i) \quad \text{pour : } t = 0$$

- 4.- Dans la mesure où la vitesse de la phase solide est nulle pour une concentration égale ou supérieure de C_f , la concentration finale de la suspension est C_f pour tout z et $t = \infty$, ceci n'est pas le cas dans la nature, car dès que la concentration atteint une valeur de C_0 , le processus de consolidation commence.
- 5.- Dans la mesure où le débit solide de sédimentation est approchée par l'équation (5.7), l'équation (5.6) est une solution exacte du problème de sédimentation d'une suspension de vase ayant une concentration initiale constante au début du processus.
- 6.- La vitesse de déplacement des lignes d'iso-concentration ($\partial \eta (C) / \partial t$) à l'intérieur de la suspension sont constantes. Ceci est démontré en réglant les paramètres $Q_{s p}$, C_p et C_f de l'équation (5.7) afin que pour chaque concentration l'égalité suivante soit satisfaite :

$$\frac{\partial \left[Q_{s p} - Q_{s p} \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \left[1 - \log_e \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \right] \right]}{\partial C} = \frac{\partial [\phi_c (C)]}{\partial C} \quad (5.8)$$

où : $\phi_c (C)$, est la fonction reliant le débit de sédimentation à la concentration .

Cette démonstration valable lorsque le débit de sédimentation dépend uniquement de la concentration, est conditionnée à l'existence de paramètres $Q_{s p}$, C_p et C_f permettant d'obtenir l'égalité (5.8).

5.2.- ETUDE DE LA CREME DE VASE DANS SON ETAT DE SUSPENSION.

5.2.1.- Vitesse de déplacement des niveaux d'iso-concentration.

En coordonnées spatio-temporelles, les caractéristiques de l'équation (4.52) associées à chaque concentration C_1 , représentent la vitesse de déplacement du niveau de concentration C_1 résultant d'un processus de sédimentation (Kynch [35]). Cette vitesse est donnée par :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - \left. \frac{\partial Q_s}{\partial C} \right|_{C_1} \quad (5.9)$$

A priori la vitesse de déplacement des niveaux d'iso-concentration pourrait être affectée par la consolidation du dépôt au-dessous de la suspension et par la concentration du "fond" C_{FF} pour laquelle le matériau ne se tasse plus (car $\sigma > \sigma'$ p.e.).

Afin d'étudier l'influence éventuelle de la consolidation sur la sédimentation, nous avons construit un algorithme d'intégration numérique de l'équation (4.52) dont la logique est montrée dans la figure V.6.

Cet algorithme est validé à partir de la solution particulière de sédimentation présentée dans le chapitre 5.1. Une discrétisation de 10 couches subdivisées chacune en 10000 sous-couches, entraîne une erreur relative maximum de 0,005 % (Tableau 5.1).

Cette erreur est déterminée entre la vitesse de déplacement calculée et celle correspondant à la solution particulière donnée par l'équation (5.18), avec les paramètres suivants :

$$C_p = 16,200 \text{ kg m}^{-3}$$

$$C_f = 104,905 \text{ kg m}^{-3}$$

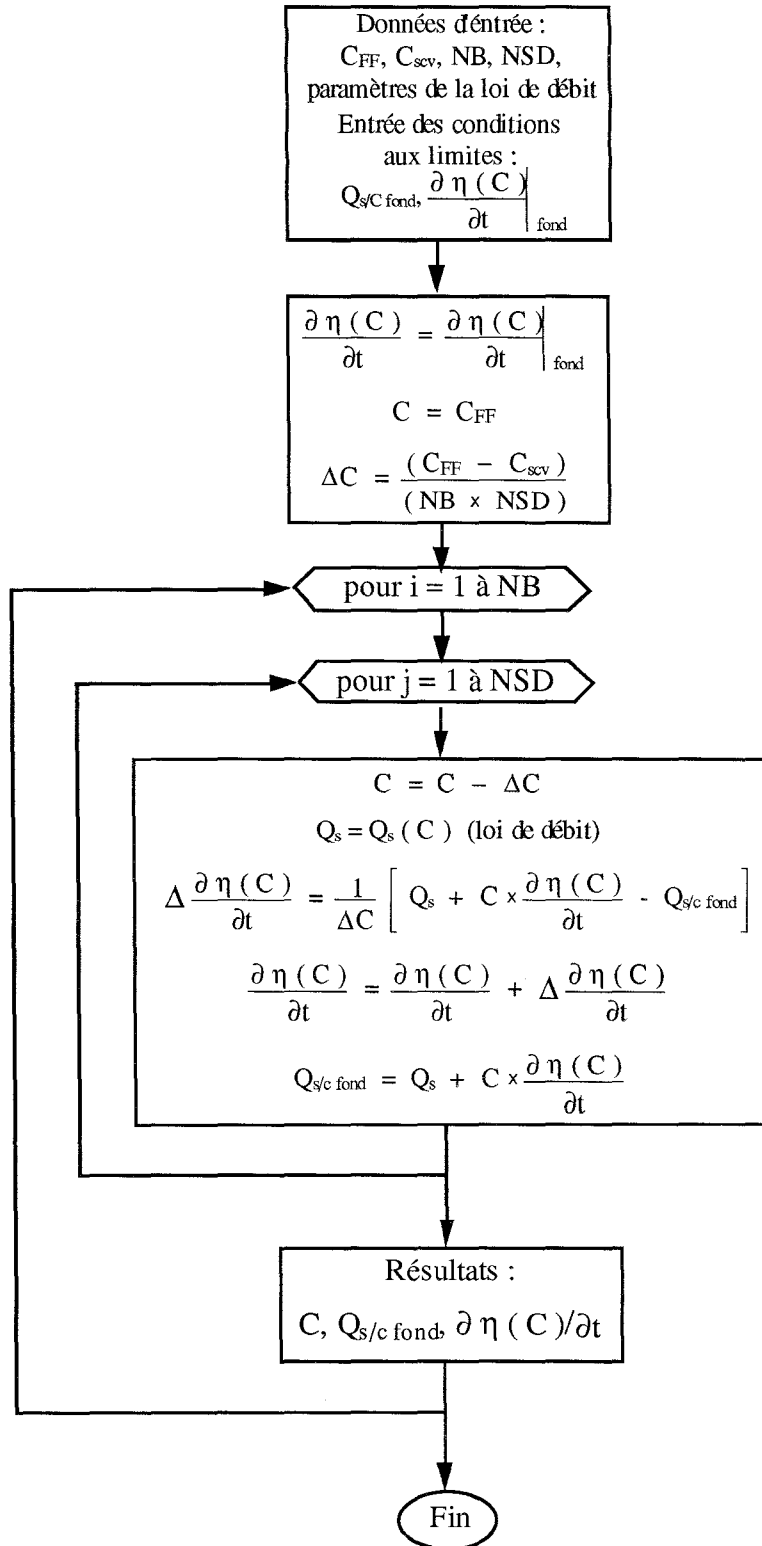
$$Q_{sp} = 0,008 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

D'autres validations sont faites par comparaison des résultats avec la vitesse de déplacement du niveau de concentration donné par l'équation (5.9), l'erreur étant toujours inférieure à 0,005 %.

Un série de simulations faites par moyen de ce modèle numérique en introduisant des concentrations du fond, des vitesses de déplacement du fond, et des débits à travers le fond, variables, nous permettent de faire la constatation suivante :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} \equiv - \left. \frac{\partial Q_s}{\partial C} \right|_{C_1} ,$$

cette égalité est valable lorsque il n'y a pas des discontinuités dans le profil vertical de concentrations à l'intérieur d'une suspension et que la vitesse de la phase solide est fonction seule de la concentration. Ceci indépendamment des valeurs de $\partial \eta (C_1) / \partial t$ et de $Q_s (C)$ pour $C \neq C_1$.



NB = Nombre de couches

NSD = Nombre de subdivisions de chaque couche

C_{FF} = Concentration au fond du dépôt de vase

C_{scv} = Concentration en surface du dépôt de vase

Fig. V.6.- Organigramme montrant l'algorithme de solution numérique de l'équation (4.52), afin d'évaluer les vitesses de déplacement des niveaux d'iso-concentration.

D'après notre modèle de vitesse de sédimentation donnée par l'équation (4.69), si le coefficient de perméabilité est donné par l'équation (4.70), la vitesse de déplacement du niveau d'iso-concentration C est :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - v_s (C) \left[A_4 \frac{C}{\rho_s} - 2 \right] \quad (5.10)$$

Lorsque le coefficient de perméabilité est donné par l'équation (4.73), nous avons :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - v_s (C) \left[A_6 A_7 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} - 2 \right] \quad (5.11)$$

Concentration (kg m ⁻³)	$\partial \eta (C) / \partial t$ calculé	$\partial \eta (C) / \partial t$ solution particulière	Erreur (%)
96.914	$8,51298 \times 10^{-6}$	$8,51344 \times 10^{-6}$	0,00524
88.924	$1,79146 \times 10^{-5}$	$1,79151 \times 10^{-5}$	0,00277
80.933	$2,84116 \times 10^{-5}$	$2,84126 \times 10^{-5}$	0,00196
72.943	$4,02933 \times 10^{-5}$	$4,02939 \times 10^{-5}$	0,00158
64.952	$5,39813 \times 10^{-5}$	$5,39821 \times 10^{-5}$	0,00137
56.962	$7,01251 \times 10^{-5}$	$7,01260 \times 10^{-5}$	0,00126
48.971	$8,98029 \times 10^{-5}$	$8,98039 \times 10^{-5}$	0,00122
40.981	$1,15008 \times 10^{-4}$	$1,15009 \times 10^{-4}$	0,00126
32.990	$1,50114 \times 10^{-4}$	$1,50116 \times 10^{-4}$	0,00143
25.000	$2,08378 \times 10^{-4}$	$2,08382 \times 10^{-4}$	0,00196

Tableau 5.1

5.2.2.- Débit solide à travers les niveaux d'iso-concentration.

Le débit solide $Q_{s/C}$ descendant à travers le niveau d'iso-concentration C , lequel se déplace avec une vitesse $\partial \eta (C) / \partial t$, est donné par :

$$Q_{s/C} = - C \times v_s (C) + C \frac{\partial \eta (C)}{\partial t}$$

Si la vitesse de sédimentation est donnée par l'équation (4.69) et le coefficient de perméabilité par l'équation (4.70), le débit solide à travers le niveau d'iso-concentration C est :

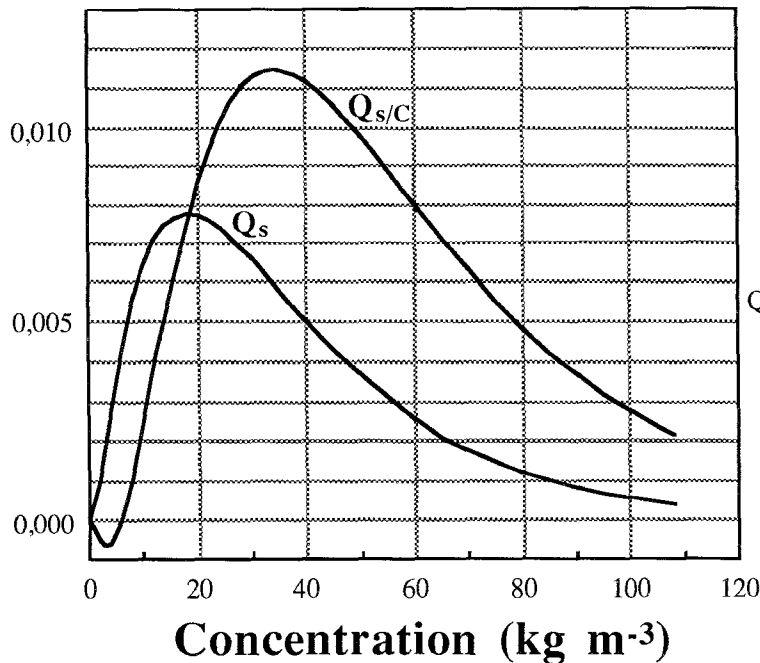
$$Q_{s/C} = - v_s (C) \times C \left[A_4 \frac{C}{\rho_s} - 1 \right] \quad (5.12)$$

Lorsque le coefficient de perméabilité est donné par l'équation (4.73), nous avons :

$$Q_{s/c} = - v_s (C) \times C \left[A_6 A_7 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} - 1 \right] \quad (5.13)$$

La figure V.7 montre le débit solide $Q_{s/C}$ ainsi que le débit de sédimentation Q_s , en fonction de la concentration. Cette figure est valable pour une vitesse de sédimentation donnée selon l'équation (4.69) et un coefficient de perméabilité donné par l'équation (4.70) avec les paramètres suivantes : $A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1}$; $A_6 = 67,36$ et $A_7 = 0,6132$.

Débit ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$)



$$Q_s = - v_s \times C$$

$$v_s = - k' \frac{1}{\rho_0} \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho_s} \right] C$$

$$k' = A_5 \exp \left(- A_6 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} \right)$$

$$Q_{s/C} = Q_s \left[A_6 A_7 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} - 1 \right]$$

$$A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1}$$

$$A_6 = 67,39$$

$$A_7 = 0,6132$$

Fig. V.7.- Débit de sédimentation en fonction de la concentration, sous conditions d'eau calme, d'après notre modèle de débit de sédimentation (équation (4.69), pour k' donnée par l'équation (4.73), et avec les paramètres A_5 , A_6 et A_7 mentionnés dans la propre figure.

5.2.3.- Définitions conventionnelles des complexes vase-eau d'après leur débit solide à travers un niveau d'iso-concentration $Q_{s/C}$.

L'étude de la courbe de débit solide $Q_{s/C}$ à travers un niveau de concentration C constante dans le temps, en fonction de la concentration (Fig. V.8), nous permet de déterminer les conditions critiques nécessaires à la formation de la crème de vase en état de suspension.

Par la suite nous faisons 3 **définitions conventionnelles** d'appellation des complexes vase-eau, d'après leurs concentrations ; ces définitions sont utilisées dans cette étude :

Définition 1.

Crème de vase en état de suspension.- complexe vase-eau ayant une concentration (en MES) comprise entre C_M et C_o , où :

C_M , est la concentration pour laquelle le débit $Q_{s/C}$ est maximum.

et C_o la concentration frontière entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation.

Définition 2.

Suspension.- Complexe vase-eau ayant une concentration (en MES) inférieure à C_M .

Définition 3.

Dépôt.- Complexe vase-eau ayant une concentration supérieure à C_o .

Débit ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$)

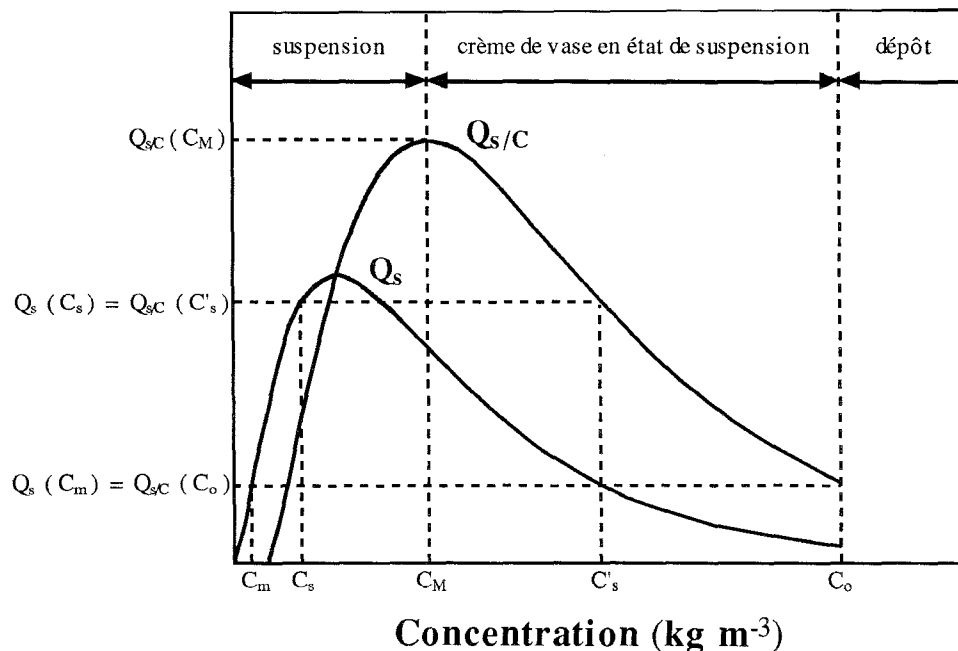


Fig. V.8.- Diagramme illustrant les définitions des complexes vase-eau, d'après leur concentration à partir de la courbe $Q_{s/C}$ en fonction de C .

Selon notre modèle de vitesse de sédimentation lorsque le coefficient de perméabilité est donné par l'équation (4.73), la concentration C_M est donnée par :

$$C_M = \rho_s \left[\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right]^{1/A_7}$$

$$a = - (A_6 \times A_7)^2, \quad b = (A_6 \times A_7) (3 + A_7), \quad c = -2$$

L'expression précédente est valable aussi bien lorsque le coefficient de perméabilité est donné par l'équation (4.70), pour ceci il faut y remplacer A_6 par A_4 et A_7 par 1.

Les valeurs de C_M , selon notre modèle de vitesse de sédimentation et les valeurs des paramètres A_4 , A_6 et A_7 , mentionnés précédemment dans les chapitres 4.3.3 et 4.4, sont :

$$C_M = 34,10 \text{ kg m}^{-3}, \quad \text{si } k' \text{ est donné par (4.73), avec : } A_6 = 67,36 \text{ et } A_7 = 0,6132.$$

$$C_M = 27,64 \text{ kg m}^{-3}, \quad \text{si } k' \text{ est donné par l'équation (4.70), avec : } A_4 = 315,00.$$

La valeur de C_0 , que nous avons déterminée pour la vase de la Loire à Trentemoult, moyennant un essai de sédimentation en laboratoire est de 108 kg m^{-3} (voir chapitre 4.1).

5.2.4.- Conditions nécessaires pour la formation d'une suspension de crème de vase en eau calme.

Soit une suspension de concentration constante $C_s < C_M$, placée au temps $t = 0$ sur un dépôt de vase de concentration $C_{\text{dépôt}} > C_0$, de manière qu'à la frontière suspension-dépôt, on a une discontinuité des concentrations (voir Fig. V.9).

Dans le chapitre 4.5.2, nous avons vu que dans les conditions mentionnées ci-dessus, la transition entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation se fait instantanément au fond de la suspension, dans une sous-couche d'épaisseur différentielle Δz , très petite.

Si pour un temps $t > 0$, nous analysons un volume de contrôle rectangulaire, d'épaisseur constante suffisamment grande pour qu'en tout moment sa surface coïncide avec une concentration C_s et sa base avec une concentration C_0 , alors, le transfert de vase par unité de temps, du volume de contrôle vers le dépôt $Q_{s/C \text{ interface}}$ (débit à travers du niveau d'iso-concentration C_0), est :

$$Q_{s/C \text{ interface}} = C_0 \left[-v_s(C_0) + \frac{\partial \eta(C_0)}{\partial t} \right] \quad (5.14)$$

où : $\eta(C_0)$ est le niveau du niveau d'iso-concentration C_0 .

D'un autre côté, le volume de contrôle se déplaçant avec une vitesse $\partial \eta(C_0) / \partial t$, le transfert de vase de la suspension vers le volume de contrôle par unité de temps $Q_{s/C \text{ surface}}$ est :

$$Q_{s/C \text{ surface}} = - C_s \times v_s (C_s) + C_s \times \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} \quad (5.15)$$

où : C_s , est la concentration à la frontière supérieure du volume de contrôle (kg m^{-3}).

L'augmentation de masse M par unité de surface, dans le volume de contrôle est donc gouvernée par :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = Q_{s/C \text{ surface}} - Q_{s/C \text{ interface}} \quad (5.16)$$

D'après les équations (5.14), (5.15) et (5.16), la condition nécessaire l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_o , est :

$$- C_s \times v_s (C_s) + C_s \times \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} > - C_o \times v_s (C_o) + C_o \times \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} \quad (5.17)$$

Donc, en eau calme, la concentration de la suspension C_m ($C_m < C_M$), minimum nécessaire à l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_o , est :

$$- C_m \times v_s (C_m) = C_o \left[- v_s (C_o) + \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} \right] \quad (5.18)$$

$$\text{valable pour : } |v_s (C_m)| \gg \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t}$$

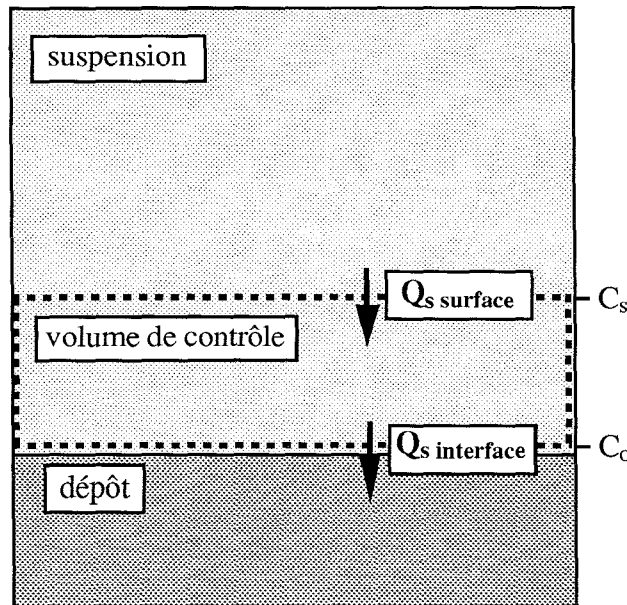


Fig. V.9.- Diagramme illustrant les conditions nécessaires pour la formation d'une crème de vase en état de suspension.

L'équation (5.18) est justifiée, car pour la condition limite de concentration de la suspension C_m , au-dessous de laquelle l'accumulation de masse ayant une concentration inférieure de C_0 n'est pas possible, la vitesse de sédimentation $v_s (C_m)$ est très grande par rapport à la vitesse de déplacement du niveau d'iso-concentration C_0 .

D'après notre modèle de sédimentation, si la valeur du coefficient $k' = k$ est donnée par l'équation (4.73) (avec les paramètres : $A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1}$; $A_6 = 67,36$; $A_7 = 0,6132$) et pour $C_0 = 108 \text{ kg m}^{-3}$, le transfert de vase par unité de temps, du volume de contrôle vers le dépôt $Q_{s/C \text{ interface}}$, est :

$$Q_{s/C \text{ interface}} = 2,165 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Ce qui implique que dans une colonne de sédimentation en laboratoire, la concentration minimum C_m , entraînant l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_0 , est donnée par :

$$- C_m \times v_s (C_m) = 2,165 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

D'accord avec l'égalité précédente, la concentration minimum C_m nécessaire à la formation de la crème de vase en état de suspension est :

$$C_m = 3,36 \text{ kg m}^{-3}$$

Dans la mesure où les paramètres A_5 , A_6 , et A_7 de la loi de variation du coefficient k' (équation (4.73)), modélisent le comportement de la vase de la Loire, on peut dire qu'en eau calme, la formation d'une crème de vase en état de suspension, se fait dès que la concentration initiale d'une suspension est supérieure à environ $3,5 \text{ kg m}^{-3}$; pour des concentrations inférieures, le transfert entre suspension à faible concentration et dépôt en état de consolidation se fait directement.

Bien entendu, l'épaisseur de la suspension de crème de vase dans une colonne de sédimentation est fonction de la concentration initiale de la suspension et de la durée du processus de sédimentation.

5.2.5.- Concentration à la surface d'une crème de vase en état de suspension formée sous conditions d'eau calme.

Soit une colonne de sédimentation d'épaisseur infinie, sous conditions d'eau calme, contenant au temps $t = 0$ une suspension de concentration constante C_s comprise entre C_m et C_M , placée sur un dépôt de vase de concentration supérieure à C_o .

Si pour un temps $t = \Delta t_1$, avec Δt_1 très petit, nous analysons un **volume de contrôle 1** (voir Fig. V.10 (a)), d'épaisseur constante Δz_1 suffisamment grande pour que sa surface coïncide avec la concentration C_s et que sa base coïncide avec une crème de vase en état de suspension de concentration C'_s satisfaisant l'égalité suivante :

$$C'_s \left[-v_s(C'_s) + \frac{\partial \eta(C'_s)}{\partial t} \right] = -C_s \times v_s(C_s) \quad (5.19)$$

Lorsque la vitesse de déplacement du niveau d'iso-concentration C'_s (vitesse de déplacement du volume de contrôle 1) est petite devant $v_s(C_s)$, l'augmentation de la masse M_1 , par unité de surface dans le volume de contrôle 1 est gouvernée par :

$$\frac{\partial M_1}{\partial t} = -C_s \times v_s(C_s) - C'_s \left[-v_s(C'_s) + \frac{\partial \eta(C'_s)}{\partial t} \right] = 0 \quad (5.20)$$

$$\text{valable pour : } |v_s(C_s)| \gg \frac{\partial \eta(C'_s)}{\partial t}$$

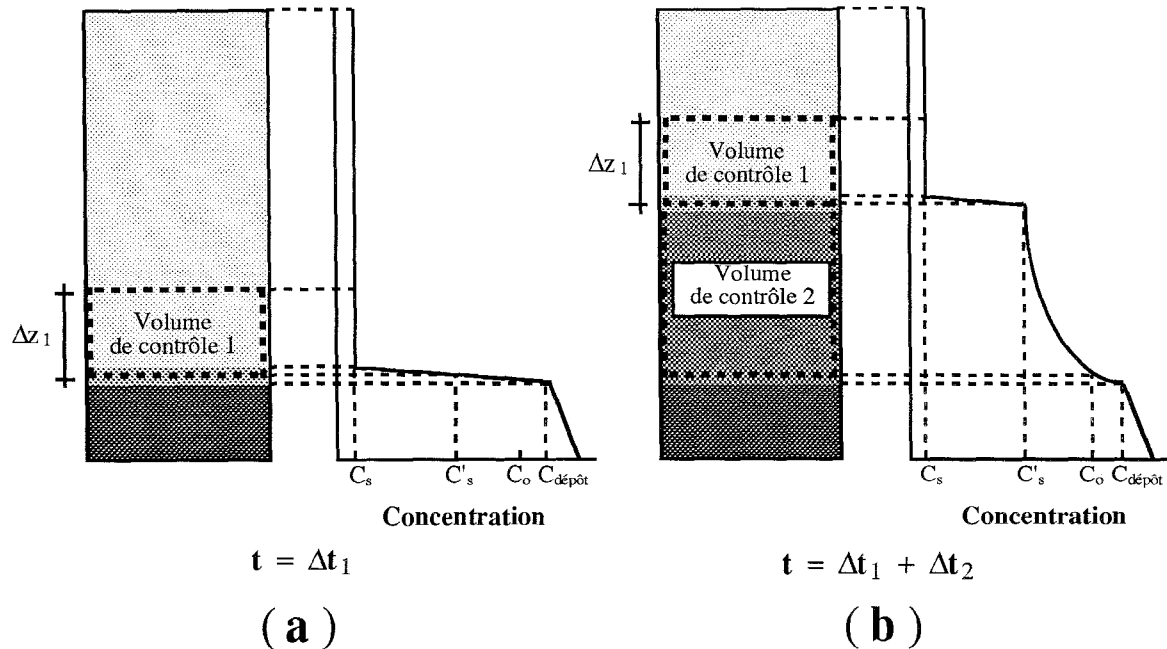


Fig. V.10.- Diagramme illustrant l'évolution de la concentration à l'intérieur d'une suspension de vase qui se sédimente dans une colonne d'épaisseur infinie, sous des conditions d'eau calme.

D'après l'équation précédente, la masse contenue dans le volume de contrôle 1, d'épaisseur Δz_1 constante, reste constante dans le temps ; ce qui veut dire, que dans une colonne contenant au temps $t = 0$ une suspension de concentration constante C_s (tel que $C_m < C_s < C_M$), un processus de sédimentation sous conditions d'eau calme, n'entraîne pas une accumulation de masse ayant une concentration comprise entre C_s et C'_s .

Maintenant, si pour une temps $t = \Delta t_1 + \Delta t_2$ nous analysons un **volume de contrôle 2** (voir Fig. V.10 (b)), tel que sa surface coïncide avec la base du volume de contrôle 1 et que sa base coïncide avec une concentration C_o , nous observons que la variation de masse M_2 par unité de surface dans le volume de contrôle 2 est gouvernée par :

$$\frac{\partial M_2}{\partial t} = C'_s \left[-v_s (C'_s) + \frac{\partial \eta (C'_s)}{\partial t} \right] - C_o \left[-v_s (C_o) + \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} \right] \quad (5.21)$$

Donc, dans une colonne de sédimentation en laboratoire, sous conditions d'eau calme, une concentration initiale de la suspension C_s comprise entre C_m et C_M , entraîne la formation d'une crème de vase en état de suspension ayant une concentration comprise entre C'_s et C_o dont la variation de la masse par unité de surface est gouvernée par l'équation (5.21).

5.2.6.- Conditions nécessaires pour la formation d'une suspension de crème de vase dans les écoulements naturels.

En eau calme, le débit solide de dépôt est donné par le produit de la vitesse de chute des sédiments par la concentration en MES au fond.

Dans les écoulements naturels, le turbulence entraîne un transfert ascendant de masse qui s'oppose à la sédimentation.

La formulation de Krone [34] (in Mehta [44]) pour le débit de dépôt (équation (2.44)), introduit l'effet de la turbulence s'opposant à la sédimentation, moyennant un seuil de la tension de cisaillement τ_D , au dessus duquel les sédiments ne se déposent plus (voir chapitre 2.4.4.2.4).

Nous rappelons que la formule de Krone s'écrit :

$$Q_D = - C_F v_s \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) \quad \text{pour : } \tau_o < \tau_D \quad (2.44)$$

où : Q_D , est le débit de dépôt des MES de l'écoulement superficielle ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) ;

C_F , est la concentration en MES près du fond (kg m^{-3}) ;

v_s , la vitesse de sédimentation de la vase au fond sous conditions d'eau calme (m s^{-1}) ;

τ_o , la tension de cisaillement au fond (Pa) ;

τ_D , le seuil de la tension de cisaillement au dessous duquel les matières en suspension se déposent (Pa).

Le terme $v_s (1 - \tau_o/\tau_D)$ de la formule de Krone, donne la vitesse réelle de dépôt, ce terme est égale à v_s , pour $\tau_o = 0$; et égale à zéro, pour $\tau_o \geq \tau_D$.

En revenant au volume de contrôle placé au fond de la suspension tel qu'il est montré dans la figure. V.9, si le transfert de masse de la suspension vers le volume de contrôle $Q_{s/c \text{ surface}}$ est donné par la formulation de Krone et si l'on admet que la turbulence est amortie à la base du volume de contrôle (frontière entre le volume de contrôle et le dépôt), de manière que $Q_{s/C \text{ interface}}$ est donné par l'équation (5.14), la condition nécessaire à la formation d'une crème de vase en état de suspension, selon l'équation (5.18) est :

$$- C_{Fm} \times v_s (C_{Fm}) \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) = - C_o \times v_s (C_o) + C_o \times \frac{\partial \eta (C)}{\partial t} \quad (5.22)$$

$$\text{valable pour : } \left| v_s (C_{Fm}) \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) \right| \gg \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t}$$

où : C_{Fm} est la concentration en MES près du fond entraînant la formation d'une crème de vase en état de suspension en présence de turbulence.

5.3.- MODELE ISO-CONCENTRATION MULTICOUCHE DE LA DYNAMIQUE VERTICALE DE LA CREME DE VASE EN ETAT DE SUSPENSION.

Ce modèle est basé sur l'hypothèse que l'augmentation dans le temps de l'épaisseur de la couche de vase en état de suspension, est petite devant la vitesse réelle de dépôt des matières en suspension. Ce modèle a les caractéristiques suivantes :

- 1.- modèle de n sous-couches de crème de vase en état de suspension ;
- 2.- les concentrations $C_1, C_2, C_3, \dots, C_i, \dots, C_n$, aux interfaces $1, 2, 3, \dots, i, \dots, n$, entre sous-couches, sont imposées et elles restent constantes au cours d'une simulation.
- 3.- la masse par unité de surface $M_1, M_2, M_3, \dots, M_i, \dots, M_n$, à l'intérieur de chaque sous-couche est la variable de l'état de la couche crème en état de suspension ;
- 4.- l'épaisseur de la sous-couche i est une variable dépendant de M_i et de la concentration moyenne de la sous-couche i .
- 5.- les vitesses de la phase solide aux interfaces $1, 2, 3, \dots, i, \dots, n$ de la couche crème en état de suspension est la vitesse qu'on observe sous conditions d'eau calme ;
- 6.- les échanges verticaux de masse avec l'écoulement superficiel (débit de dépôt et débit d'érosion) sont considérés ;

7.- lorsque l'on connaît la vitesse de déplacement longitudinale, par le fond de chaque sous-couche de la suspension de crème de vase, le transfert longitudinal de vase peut être introduit dans ce modèle ;

8.- un modèle de tassement par consolidation peut être incorporé au fond de la couche de crème de vase en état de suspension.

La variation de la masse M_i (kg m^{-2}) de crème de vase en état de suspension par unité de surface à l'intérieur de la sous-couche i , est gouvernée par :

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} = Q_{s/C \text{ int } i+1} - Q_{s/C \text{ int } i} \quad (5.23)$$

avec :

$$M_i \geq 0$$

$$Q_{s/C \text{ int } i} = - C_i \times v_s (C_i) + C_i \frac{\partial \eta (C_i)}{\partial t} \quad \text{pour : } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$Q_{s \text{ int } i} = Q_{\text{net } s} = Q_D - Q_E \left(\text{justifié pour : } \frac{Q_D}{C} \gg \frac{\partial \eta (C_{scv})}{\partial t} \right) \quad \text{pour : } i = n + 1$$

où : C_{scv} est la concentration en surface de la couche crème en état de suspension (kg m^{-3}) ;

$\eta (C_i)$ est le niveau correspondant à la concentration C_i (m) ;

$Q_{\text{net } s}$, le débit net vertical d'échange de masse entre l'écoulement superficielle et la couche crème en état de suspension ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) ;

Q_D , Débit de dépôt des MES de l'écoulement superficiel vers la couche de crème de vase en état de suspension ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) ;

Q_E , débit de remise en suspension de la masse contenue dans la couche de crème de vase en état de suspension ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) ;

et $Q_{s/C \text{ int } i}$, le débit de transfert de vase à travers la le niveau d'iso-concentration dans le temps C_i , soit le débit de transfert de masse de la sous-couche i vers la sous-couche $i-1$ de la suspension de crème de vase ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) (la sous-couche 0 représente le dépôt en état de consolidation).

Formulations proposées pour la détermination des différents débits de transfert de masse :

pour Q_D : Formulation de Krone (équation (2.44)) avec v_s donné par l'équation (4.69).

pour Q_E : Formule de Partheniades (équation (2.64)).

pour $v_s (C_i)$: Notre modèle de vitesse de sédimentation, donné par l'équation (4.69).

La Fig.V.11 montre la discrétisation utilisée dans le modèle multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension..

La Fig.V.12 montre un organigramme de solution de l'équation (5.23) , permettant de déterminer la masse M_i à l'intérieur de chaque sous-couche, pour un temps $t = t_o + \Delta t$ (où Δt est un pas de temps) si M_i est connu pour t_o .

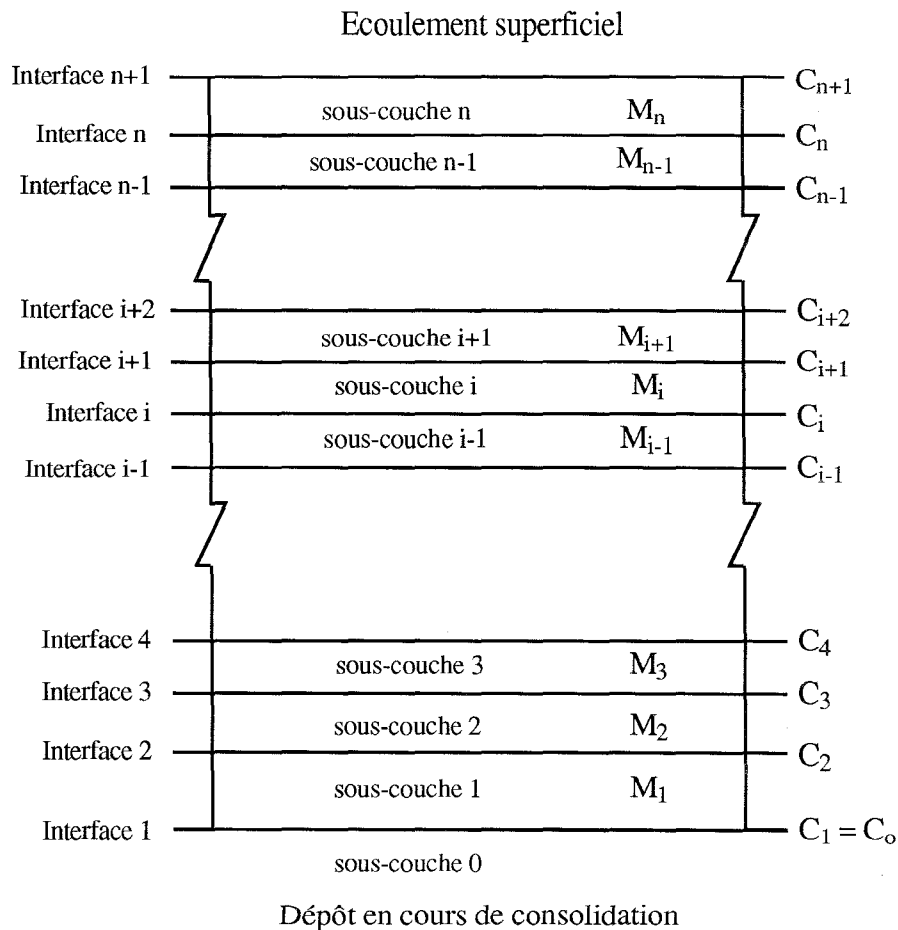
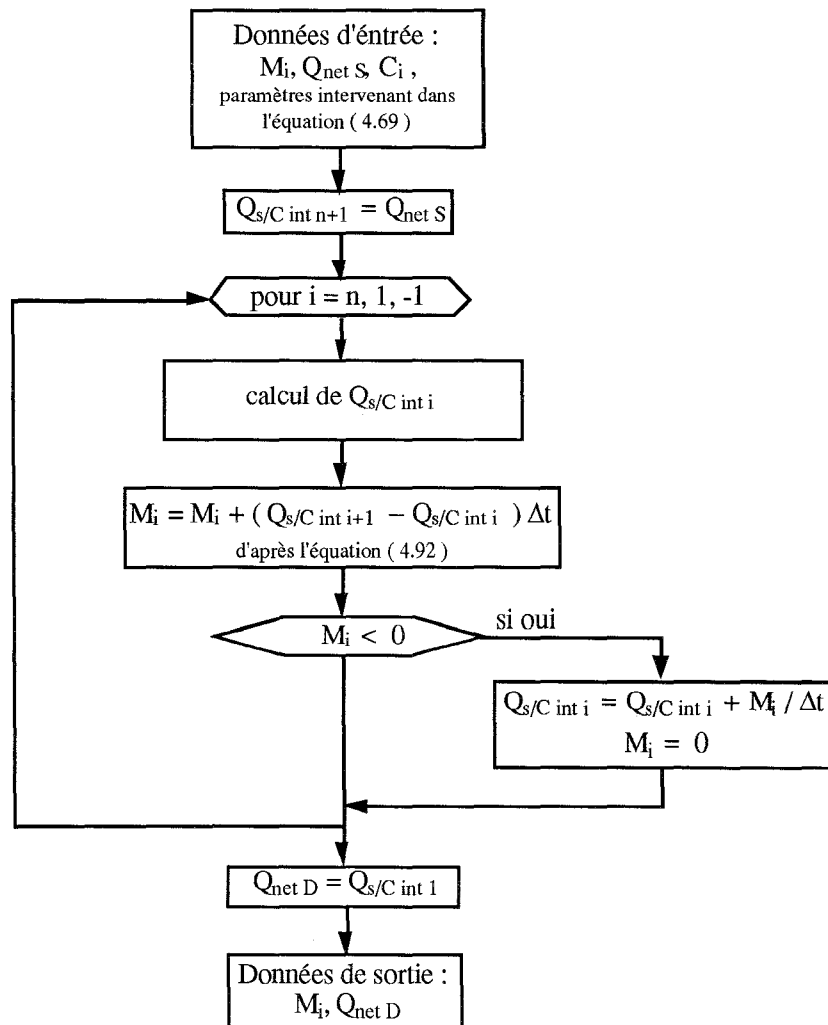


Fig.V.11.- Discrétisation utilisée dans le modèle "iso-concentration" multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension.



Δt = Pas de temps.

$Q_{net S}$ = Débit net d'échange de masse avec l'écoulement superficiel.

$Q_{net D}$ = Débit de transfert vers le dépôt en cours de consolidation.

Fig. V.12.- Organigramme de solution de l'équation (5.23) pour un temps $t = t_0 + \Delta t$.

5.3.1- Validation du modèle multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension.

La validation du modèle “iso-concentration” multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension est faite pour le cas de sédimentation en eau calme à partir de la solution particulière du problème de sédimentation d’une suspension de vase ayant une concentration initiale C constante comprise entre C_p et C_f au début du processus de décantation.

L’équation (5.6) donne la solution particulière du problème de sédimentation, à savoir :

$$C = C_p + (C_f - C_p) \exp\left(-\frac{C_f - C_p}{Q_{s p}} \frac{z}{t}\right) \quad \text{avec : } C \geq C_i \quad (5.6)$$

où : C_f est défini comme étant la concentration au dessus de laquelle la vitesse de sédimentation est considéré être nulle (kg m^{-3});

C_p , est une concentration paramétrique qui module le profil des concentrations (kg m^{-3});

et $Q_{s p}$, le débit solide associé à C_p ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$).

D’après l’équation précédente, la vitesse de déplacement du niveau d’iso-concentration C , est :

$$\frac{\partial \eta(C)}{\partial t} = -\left(\frac{Q_{s p}}{C_f - C_p}\right) \log_e\left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p}\right) \quad (5.24)$$

Pour un temps $t = t_1$, le niveau $\eta(C)$ est donné par :

$$\eta(C) = -t_1 \left(\frac{Q_{s p}}{C_f - C_p}\right) \log_e\left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p}\right) \quad (5.25)$$

Alors, d’après les équations (5.6) et (5.25), la masse entre le fond et le niveau $\eta(C)$, pour un temps $t = t_1$, est :

$$M = \int_0^{\eta(C)} C dz = Q_{s p} t_1 \left[\left(-\frac{C_p}{C_f - C_p}\right) \log_e\left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p}\right) - \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p}\right) \right] \quad (5.26)$$

D’autre part, selon notre modèle “iso-concentration” de sédimentation, si $Q_{s p}$ est donné par l’équation (5.7) et $\partial \eta(C) / \partial t$ par l’équation (5.24), le débit à travers le niveau de concentration C est :

$$Q_{s/C \text{ surface}} = Q_s + C \times \frac{\partial \eta(C)}{\partial t} \quad (5.27)$$

La variation dans le temps de la quantité de masse ayant une concentration comprise entre C et C_f , selon les équations (5.7), (5.23), (5.24) et (5.27) est gouvernée par :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = Q_{sp} \left[\left(- \frac{C_p}{C_f - C_p} \right) \log_e \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) - \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \right] \quad (5.28)$$

Dont la solution est d'accord avec l'équation (5.26), issue de la solution particulière. Ceci valide **partiellement** le modèle mathématique "iso-concentration" multicouche de la dynamique verticale de la crème (mais non pas son algorithme de solution numérique).

En effet, la reproduction des résultats de la solution particulière de l'équation qui gouverne la sédimentation, par le modèle iso-concentration, est une condition nécessaire pour valider ce modèle, mais pas suffisante.

5.3.2.- Commentaires sur le modèle iso-concentration multicouche de la dynamique verticale de la crème de vase en état de suspension.

La validation précédente du modèle iso-concentration conjuguée avec une série de simulations numériques réalisées en utilisant l'algorithme montre sur la figure V.6, justifie l'utilisation de ce modèle bien qu'il ne soit pas validé rigoureusement par cette démarche.

Le modèle iso-concentration de la dynamique verticale des suspensions est conditionné à l'existence d'une loi $Q_s = \phi_c (C)$, continue, laquelle doit admettre une dérivée par rapport à C , continue aussi.

Pour chaque loi $Q_s = \phi_c (C)$, les vitesses de déplacement des niveaux d'iso-concentration sont différentes. Ces vitesses sont constantes pour chaque concentration, indépendamment de la masse au-dessus et au-dessous du niveau correspondant à chaque concentration.

Le débit solide ainsi que la vitesse de déplacement des niveaux d'iso-concentration, sont liés exclusivement à la concentration, si bien que la solution de l'équation (5.23) induit une variation linéaire par rapport au temps de la masse contenue dans chaque sous-couche ou boîte de la suspension, exceptée la boîte en surface pour laquelle le débit superficiel est gouverné par les processus de transfert avec l'écoulement superficiel.

Un inconvénient de ce modèle est l'influence éventuelle de la turbulence (ou plus généralement de l'agitation liée au déplacement de la vase par le fond) sur les débits de sédimentation des vases.

Cet effet peut être introduit dans un algorithme approprié du modèle "iso-concentration" de sédimentation lorsque l'on connaît la loi $Q_s = \phi_{c\tau} (C , \tau)$.

5.4.- MODELE SEMI-EMPIRIQUE ISO-CONCENTRATION DE LA DYNAMIQUE VERTICALE DES DEPOTS DE VASES.

La discrétisation du modèle iso-concentration est mieux adaptée à la simulation sédimentaire que les discrétisations en coordonnées spatiales telles que celles correspondant aux différents modèles théoriques de consolidation montrés précédemment dans ce mémoire.

En effet, la discrétisation iso-concentration permet de connaître directement la masse par unité de surface ayant une concentration comprise entre deux valeurs proches, propres à la discrétisation multicouche.

Ceci est un avantage sur les discrétisations en coordonnées spatiales, notamment en surface des dépôts en fin du processus de consolidation où les gradients verticaux de concentration sont très forts (voir Fig. IV.9).

Par ailleurs, dans une discrétisation iso-concentration, les propriétés de la vase à température constante restent constantes dans chaque boîte ou sous-couche du dépôt.

Ainsi, dans une modélisation hydrosédimentaire, cette discrétisation du dépôt permet d'assimiler à chaque boîte une rigidité initiale et une tension de cisaillement critique d'érosion qui restent constantes au cours d'une simulation à température constante.

Ces atouts de la discrétisation iso-concentration, nous motivent à utiliser cette discrétisation afin de modéliser le tassement par consolidation.

Afin d'aboutir à cet objectif nous introduisons une hypothèse complémentaire aux 9 hypothèses du modèle de consolidation présentées dans le chapitre 4.2.4.9.1.

10.- Le gradient de contrainte effective n'entraîne pas des modifications importantes sur la vitesse de la phase solide.

Le modèle qui résulte est appelé de cette hypothèse de travail **modèle semi-empirique iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase.**

Afin d'expliquer le modèle résultant de l'hypothèse 10 nous ajoutons dans ce modèle, lorsque la contrainte appliquée dépasse la contrainte effective, la vitesse de la phase solide est celle qu'aurait la vase en absence de contraintes effectives ; c'est-à-dire une vitesse de "sédimentation".

5.4.1.- Présentation du modèle semi-empirique iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase.

En analogie avec le modèle iso-concentration de sédimentation et d'accord avec l'hypothèse 10 mentionnée ci-dessus, ce modèle selon la discrétisation montrée dans la figure V.11 est gouverné par les équations suivantes.

La variation de la masse M_i (kg m^{-2}) par unité de surface à l'intérieur de la sous-couche i du dépôt, est gouvernée par :

$$*** \quad \frac{\partial M_i}{\partial t} = Q_{s/C \text{ int } i+1} - Q_{s/C \text{ int } i} \quad \text{avec : } M_i \geq 0 \quad (5.22)$$

et avec :

$$Q_{s/C \text{ int } i} = - C_i \times v_s(C_i) + C_i \frac{\partial \eta(C_i)}{\partial t} \quad \text{pour : } \sigma > \sigma' \quad \text{et} \quad \text{pour : } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$Q_{s/C \text{ int } i} = 0 \quad \text{pour : } \sigma \leq \sigma' \quad \text{et} \quad \text{pour : } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$Q_{s \text{ int } i} = Q_{\text{net } s} = Q_D - Q_E \quad \left(\text{justifié pour : } \frac{Q_D}{C} \gg \frac{\partial \eta(C_{scv})}{\partial t} \right) \quad \text{pour : } i = n + 1$$

Contrainte appliquée :

$$\sigma = \left[1 - \frac{\rho_o}{\rho_s} \right] g \int_{\eta(C_i)}^{\eta(C_o)} C \, dz \quad \text{pour : } C_i > C_o$$

$$\sigma = 0 \quad \text{pour : } C_i \leq C_o$$

Contrainte effective :

$$\sigma' = \left(\frac{C_i - C_o}{B_1} \right)^{1/B_2} \quad \text{pour : } C_i \geq C_o$$

$$\sigma' = 0 \quad \text{pour : } C_i < C_o$$

où : C_{scv} est la concentration en surface du dépôt de vase (kg m^{-3}) ;

$\eta(C)$ est le niveau correspondant à la concentration C (m) ;

$Q_{\text{net } s}$, le débit net vertical d'échange de masse entre l'écoulement superficielle et la dépôt de vase ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) ;

Q_D , Débit de dépôt des MES de l'écoulement superficiel vers le dépôt de vase ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) ;

Q_E , débit de remise en suspension de la masse contenue dans le dépôt de vase ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$) ;

et $Q_{s/C \text{ int } i}$, le débit de transfert de vase à travers la le niveau d'iso-concentration C_i dans le temps, soit le débit de transfert de masse de la sous-couche i vers la sous-couche $i-1$ du

dépôt de vase ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) ;

σ' , la contrainte effective (Pa) ;

σ , la contrainte appliquée (Pa) ;

et B_1 et B_2 des paramètres de la loi de compressibilité propres à chaque vase.

5.4.2.- Application au matériau de l'estuaire de la Loire.

Notre objectif étant de modéliser la consolidation de la vase de la Loire jusqu'à une concentration C_{FF} (concentration du fond fixe) pour laquelle la vase n'est plus remise en suspension, nous avons pris une discrétisation ayant au fond une concentration :

$$C_{FF} = 324 \text{ kg m}^{-3} ,$$

soit 3 fois la valeur de C_0 .

La figure V.15 montre l'évolution temporelle de la concentration dans une colonne de tassement ayant une concentration initiale de 108 kg m^{-3} et une épaisseur initiale de 1,50 m, d'après le modèle iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase.

Les résultats montrés dans la figure V.15 correspondent à une loi de perméabilité donnée par :

$$k = A_1 \exp \left(- A_2 \frac{C}{\rho_s} \right) \quad (4.45)$$

avec :

$$A_1 = 0,005 \text{ m s}^{-1}$$

$$A_2 = 110,00$$

La similitude existant entre l'évolution de la concentration déterminée selon notre modèle semi-empirique iso-concentration et selon le modèle théorique de consolidation, ne peut s'expliquer que par une validité partielle de l'hypothèse 10 dans le domaine de faibles contraintes effectives ici étudiées.

Cette validité est liée à la forte diminution de la compressibilité de la vase mesurée par $d\sigma' / dC$, avec l'augmentation de la concentration.

Finalement, la figure V.16 montre le débit solide à travers d'un niveau d'iso-concentration ; ce débit est calculé en négligeant l'influence du gradient de contrainte effective sur la vitesse de la phase solide. Dans la mesure où l'hypothèse 10 est justifiée, cette courbe permet de connaître la concentration en surface d'une couche de vase qui résulte d'un débit de dépôt donné.

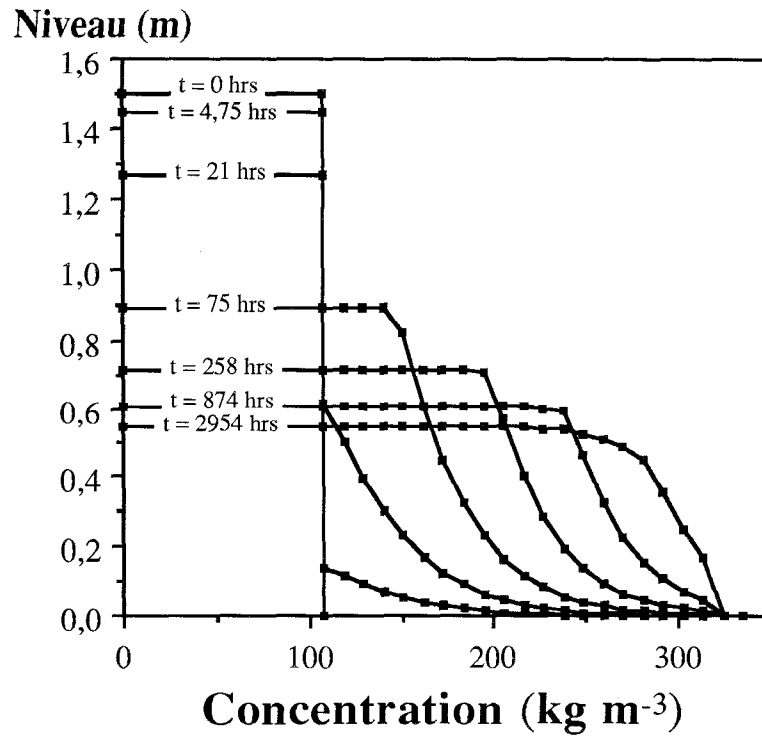


Fig. V.15.- Evolution temporelle de la concentration dans une colonne de tassement ayant une concentration initiale de 108 kg m^{-3} et une épaisseur initiale de $1,50 \text{ m}$, d'après le modèle iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase, pour une loi de variation de la perméabilité donnée par l'équation (4.45) et pour $A_1 = 0,005 \text{ m s}^{-1}$ et $A_2 = 110$.

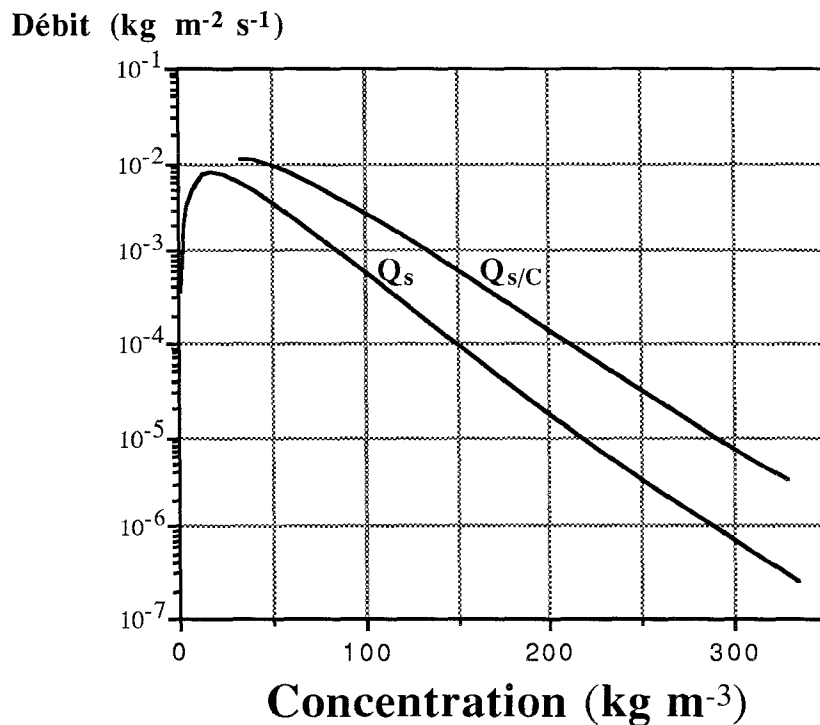


Fig. V.16.- Variation de Q_s/C en fonction de la concentration, pour des concentrations comprises entre $34,10$ et $332,00 \text{ kg m}^{-3}$. Ce débit calculé en négligeant les contraintes effectives, est valable pour un coefficient de perméabilité donné par l'équation (4.73) et les paramètres $A_5 = 1,00 \text{ m s}^{-1}$, $A_6 = 67,36$ et $A_7 = 0,6132$.

5.5.- REMARQUE SUR LA VITESSE DE SEDIMENTATION DES VASES.

Dans ce mémoire, la vitesse de sédimentation des vases ou vitesse de la phase solide est celle définie dans le chapitre 4.3.1 comme étant le quotient du débit volumique de la phase solide par la surface occupée par la propre phase solide.

La vitesse de sédimentation de la vase utilisée dans nos développements est donc la vitesse moyenne des particules solides de vase.

Dans la nature, la vitesse de la phase solide est différente selon l'état de floculation de chaque flocon. Ceci a pour conséquence une distribution de vitesses autour de la vitesse moyenne pour une concentration donnée.

Les différences des vitesses d'un flocon de vase à un autre ne sont pas modélisées dans nos développements car nous considérons que l'état de floculation de la vase et la vitesse de sédimentation d'une vase donnée est constante pour une concentration donnée.

Ainsi, la dispersion verticale de masse résultant des vitesses de sédimentation différentielles entre les flocons formant la suspension n'est pas modélisée.

Cette dispersion se manifeste dans les essais expérimentaux, par la formation d'une frontière floue entre l'eau claire superficielle et l'ensemble vase-eau en cours de sédimentation.

Finalement, des mesures de sédimentation réalisées en laboratoire sur un échantillon de vase de l'estuaire de la Loire montrent que pour cette vase les différences de vitesse entre les flocons formant la suspension se présentent lorsque la concentration est inférieure à 50 kg m^{-3} ; pour des concentrations supérieures la vitesse de l'ensemble de la vase formant la phase solide est pratiquement constante pour une concentration donnée.

5.6.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.

- 1.- Dans la mesure où le débit solide de sédimentation est approché par l'équation (5.7), l'équation (5.6) est une solution exacte du problème de sédimentation en eau calme d'une suspension de vase ayant une concentration initiale constante au début du processus. Cette solution exacte peut servir au réglage des codes de calcul simulant le processus de sédimentation.
- 2.- Le processus de sédimentation sous conditions d'eau calme est instantané dans une sous-couche au fond ayant une épaisseur Δz infiniment petite et ceci indépendamment de la concentration initiale de la suspension.
- 3.- La vitesse de diminution de l'épaisseur H , d'une couche vase-eau en état de suspension ($\partial H / \partial t$) est fonction seule de la concentration en surface C_s de cette suspension, à savoir :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = v_s (C_s)$$

où : H , est l'épaisseur de la suspension (m).

- 4.- La vitesse de diminution de l'épaisseur H , d'une couche de vase en état de suspension ayant une concentration initiale constante C_i au début du processus de sédimentation, est fonction seule de cette concentration initiale C_i , et indépendante de la hauteur initiale de la suspension $H_{initiale}$, à savoir :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = v_s (C_i) \quad \text{pour : } t = 0$$

- 5.- La vitesse de déplacement d'un niveau de concentration C constante dans le temps, ($\partial \eta (C) / \partial t$) à l'intérieur d'une suspension vase-eau sous conditions d'eau calme, est constante.
- 6.- Dans la mesure où le modèle de vitesse de sédimentation formé par l'équation (4.69) et par la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.70), simule la dynamique verticale d'une vase, la vitesse de déplacement d'un niveau d'iso-concentration C , est :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - v_s (C) \left[A_4 \frac{C}{\rho_s} - 2 \right]$$

et lorsque cette dynamique verticale est simulée en utilisant la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.73), $\partial \eta (C) / \partial t$ est donné par :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - v_s (C) \left[A_6 A_7 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} - 2 \right]$$

- 7.- Dans un complexe vase-eau en cours de sédimentation sous conditions d'eau calme, le **débit solide** $Q_{s/C}$ descendant à **travers le niveau** de concentration C constante dans le temps, lequel se déplace avec une vitesse $\partial \eta (C) / \partial t$ constante, est donné par :

$$Q_{s/C} = - C \times v_s (C) + C \frac{\partial \eta (C)}{\partial t}$$

La validité de l'équation précédente est corroborée numériquement lorsque le débit solide est relié uniquement à la concentration et ceci par une fonction continue.

- 8.- En eau calme, la concentration d'une suspension de vase C_m ($C_m < C_M$), minimum nécessaire à l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_o , est :

$$- C_m \times v_s (C_m) = C_o \left[- v_s (C_o) + \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} \right]$$

Cette condition critique de formation d'une crème de vase en état de suspension résultant d'un processus de sédimentation en eau calme, est valable dans la mesure où :

$$|v_s (C_m)| \gg \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t}$$

- 9.- Dans la mesure où le modèle de vitesse de sédimentation formé par l'équation (4.69) et par la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.73), simule la dynamique verticale de la vase de la Loire avec les paramètres suivantes :

$$A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1}, A_6 = 67,36, A_7 = 0,6132,$$

la formation d'une crème de vase en état de suspension sous conditions d'eau calme, se fait dès que la concentration de la suspension est supérieure à environ $3,36 \text{ kg m}^{-3}$. Pour des concentrations inférieures, le transfert entre suspension à faible concentration et dépôt en cours de consolidation se fait directement.

- 10.- Dans la mesure où la formulation de Krone modélise la dynamique verticale des vases en présence de la turbulence, la concentration d'une suspension de vase C_{Fm} ($C_{Fm} < C_M$), minimum nécessaire à l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_o , est :

$$- C_{Fm} \times v_s (C_{Fm}) \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) = - C_o \times v_s (C_o) + C_o \times \frac{\partial \eta (C)}{\partial t}$$

$$\text{valable pour : } \left| v_s (C_{Fm}) \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) \right| \gg \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t}$$

Cette condition critique de formation d'une crème de vase en état de suspension résultant d'un processus de sédimentation en présence de turbulence, est valable si l'on admet que la turbulence est amortie en surface et à l'intérieur du dépôt en cours de consolidation.

- 11.- La variation dans le temps de masse M dans une sous-couche à l'intérieur d'une suspension est régie par l'équation **linéaire** suivante :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = Q_{s/C} (C_{\text{surface}}) - Q_{s/C} (C_{\text{fond}}) \quad \text{avec : } M \geq 0$$

où : C_{surface} , est la concentration en surface de la sous-coche à l'intérieur de la suspension ;
et C_{fond} , est la concentration au fond de la sous-coche à l'intérieur de la suspension.

- 12.- La discrétisation iso-concentration (Fig. V.11) d'une couche de vase en état de suspension permet la formulation d'un modèle de la dynamique verticale de la vase dans lequel les variations dans le temps de la quantité de masse par unité de surface M ayant une concentration comprise entre deux valeurs proches, propres à chaque discrétisation, sont gouvernées par l'équation mentionnée ci-dessus.

- 13.- Lorsque le gradient de contrainte effective à l'intérieur d'un dépôt de vase, n'entraîne pas des modifications importantes sur la vitesse de la phase solide, le modèle iso-concentration permet la simulation de la dynamique verticale des vases qui résulte du phénomène de consolidation.

- 14.- Le modèle iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase, a les avantages suivants sur les modèles résolus en utilisant une discrétisation en coordonnées spatiales :

a) dans le modèle iso-concentration, la condition de frontière en surface d'une couche de vase est le taux de sédimentation, qui d'autre part, représente le terme puits de l'équation de transport diffusif ; ainsi, ce modèle s'assemble directement dans un modèle hydrosédimentaire ;

b) la discrétisation iso-concentration permet de connaître directement la masse par unité de surface ayant une concentration comprise entre deux valeurs proches, propres à chaque discrétisation multicouche ; ceci représente un avantage sur les discrétisations en coordonnées spatiales, notamment en surface des dépôts en fin du processus de consolidation où les gradients verticaux de concentration sont très forts (voir Fig. IV.9) ;

c) dans une discrétisation iso-concentration, les propriétés de la vase à température constante restent constantes dans chaque sous-couche du dépôt, ainsi, dans une modélisation hydrosédimentaire, cette discrétisation du dépôt permet d'assimiler à chaque sous-couche une rigidité initiale et une tension de cisaillement critique d'érosion qui restent constantes au cours d'une simulation à température constante.

- 15.- Un débit de dépôt Q_D donné entraîne l'accumulation d'une masse de vase ayant une concentration supérieure à C'_s , où C'_s satisfait l'égalité suivante :

$$Q_{s/C} (C'_s) = C'_s \left[-v_s (C'_s) + \frac{\partial \eta (C'_s)}{\partial t} \right] = Q_D$$

$$\text{valable pour : } \frac{Q_D}{C'_s} \gg \frac{\partial \eta (C'_s)}{\partial t}$$

Lorsque C'_s est inférieur à C_o , l'égalité précédente est complètement justifiée. Dans le cas contraire cette égalité n'est justifiée que lorsque le gradient de contrainte effective n'entraîne pas des modifications importantes sur la vitesse de la phase solide dans le dépôt en cours de consolidation.

- 16.- Lorsqu'en tout moment, le processus de transfert de masse d'un écoulement superficiel vers un dépôt, est lent par rapport au processus de tassement en tout point à l'intérieur d'une couche de vase, la concentration est toujours liée à la contrainte maximale historique appliquée. Dans ces conditions on a :

$$C = f_8 (\sigma_{\max})$$

ou : f_8 , est la loi de comportement plastique à la compressibilité de la vase ;

et σ_{\max} , la contrainte maximale historique due au poids déjàugé de la propre vase (Pa).

Le critère permettant de déceler la condition pour laquelle le processus de tassement est rapide par rapport au processus de dépôt est :

$$Q_{s/C} (C_1) > Q_D \quad \text{pour tout } C_1 > C_o$$

où : C_1 , représente la concentration dans les différents points du dépôt (kg m^{-3}).

Dans la mesure où l'hypothèse selon laquelle le gradient de contrainte effective n'entraîne pas de modifications importantes sur la vitesse de la phase solide à l'intérieur du dépôt, le débit $Q_{s/C}$ est donné par :

$$Q_{s/C} (C_1) = C_1 \left[-v_s (C_1) + \frac{\partial Q_s}{\partial C} \Big|_{C_1} \right]$$

Lorsque l'hypothèse précédente n'est pas justifiée, la condition pour laquelle le processus de tassement est rapide par rapport au processus de dépôt est plus difficile à détecter. Dans ces conditions la vitesse de la phase solide $Q_{s/C}$ à travers un niveau d'iso-concentration diminue avec l'augmentation du gradient de contrainte effective.

6.- Erosion des vases.

6.1.- EROSION DES DEPOTS DE VASES PRECONSOLIDEES.

Dans les dépôts de vases préconsolidées, caractérisées par une concentration C supérieure à la concentration C_0 frontière entre les phénomènes de sédimentation et de consolidation, les particules solides forment un réseau continu tridimensionnel permettant la transmission des contraintes effectives grain à grain dans la phase solide et conférant au complexe vase-eau un seuil de plasticité ou rigidité initiale.

Du point de vue rhéologique, l'érosion de ces matériaux, peut être considérée comme une rupture ou une perte de l'homogénéité de l'ensemble vase-eau.

Si l'on utilise le critère de Coulomb, la tension de cisaillement moyenne à l'interface sol-eau nécessaire à l'érosion du dépôt de vase est proportionnel à la cohésion en surface :

$$\tau_{oc} = K_1 c_s \quad (6.1)$$

où : τ_{oc} , est la tension de cisaillement moyenne exercée par un écoulement superficiel sur un dépôt de vase, correspondant au début de l'érosion (Pa) ;
 c_s , est la cohésion superficielle du dépôt de vase (Pa) ;
 et K_1 , une constante introduisant les valeurs de pointe de τ_o liées à la turbulence.

D'autre part, la cohésion est proportionnelle à la rigidité initiale ou contrainte nécessaire pour mettre en mouvement la crème de vase.

$$c_s = K_2 \tau_y \quad (6.2)$$

où : K_2 est une constante de proportionnalité ;
 et τ_y , est la rigidité initiale du complexe vase-eau (Pa).

En combinant les équations (6.1) et (6.2) on obtient:

$$*** \quad \tau_{oc} = K_1 K_2 \tau_y \quad (6.3)$$

Dans cette étude, nous avons retenu l'équation (6.3) comme critère de début d'érosion pour les complexes vase-eau doués de rigidité initiale (pour $C > C_0$) ; ce critère est analogue à celui de Pertheniades (équation (2.59)) et à celui du Laboratoire National d'Hydraulique de France (équation (2.61)).

6.2.- DIFFUSION DE LA MASSE D'UNE CREME DE VASE EN ETAT DE SUSPENSION PAR UN ECOULEMENT SUPERFICIEL.

Une crème de vase en état de suspension est caractérisée par une concentration C inférieure à C_0 . Les particules élémentaires forment des flocons à structure tridimensionnel, mais les flocons entre eux, ne forment pas un réseau continu tridimensionnel.

Le contact entre particules confère aux flocons de vase une rigidité initiale, cependant, par suite des discontinuités spatiales entre flocons, un système homogène vase-eau, d'une grandeur volumique de l'ordre de quelques flocons, présente un comportement pseudoplastique caractérisé par une absence de rigidité initiale.

Les études expérimentales portant sur le comportement sous des actions hydrodynamiques des sédiments peu concentrés de type crème de vase, montrent que la remise en suspension se produit par bouffées ; on voit d'abord apparaître une ondulation à la surface de la couche de vase, puis celle-ci s'amplifie, déformant de plus en plus la couche de sédiments ; ceux-ci sont finalement entraînés sous forme de filets de vase, puis dilués dans l'eau du courant superficiel (Périgaud [52]).

Le processus d'érosion décrit précédemment est analogue au processus de transfert de masse lié aux échanges turbulents. C'est pourquoi nous analysons par la suite le transfert de masse lié à la diffusion turbulente à l'interface entre une couche de crème de vase en état de suspension et un écoulement superficiel.

Dans la nature, un écoulement superficiel entraîne un arrachement de flocons de vase en surface d'une couche de vase en état de suspension bien avant que l'écoulement de cette couche de vase ne soit turbulent, ce phénomène n'est pas étudié dans ce chapitre.

Dans ce qui suit, nous cherchons à définir la **condition critique d'apparition de turbulence dans un écoulement bidimensionnel de vase en canal** soumis à l'action hydrodynamique d'un écoulement superficiel d'eau. Pour ce faire nous introduisons les **hypothèses** suivantes :

- 1.- la crème de vase en état de suspension a un comportement pseudoplastique non-thixotrope, caractérisé par une absence de rigidité initiale, si bien qu'une tension de cisaillement non nulle entraîne un écoulement de la crème de vase ;
- 2.- le comportement rhéologique de la crème de vase en état de suspension est d'accord à "loi de puissance" ;
- 3.- l'action d'un écoulement superficiel sur une couche de crème de vase en état de suspension ne se manifeste que par une tension de cisaillement en surface de cette couche de vase ;

afin de déterminer le **débit de masse lié à la diffusion turbulente**, nous introduisons les hypothèses complémentaires suivantes :

- 4.- le transfert de masse de la couche de crème de vase en état de suspension vers l'écoulement superficiel est un phénomène de propagation d'une onde turbulente ;
- 5.- la partie de la couche crème en état de suspension qui s'écoule en régime laminaire n'est pas mélangée avec l'écoulement superficiel ;
- 6.- les variations de l'épaisseur de la sous-couche de crème de vase en état de suspension qui s'écoule en régime laminaire sont très lentes par rapport à la diffusion turbulente de masse, si bien que pendant la remise en suspension par diffusion turbulente de la vase, la variation de l'épaisseur de la couche crème coïncide avec celle de l'épaisseur de la sous-couche laminaire.

Cette étude est basée sur la théorie de parcours de mélange de Prandtl [53], sur la théorie de la stabilité des petites perturbations de Tollmien-Schlichting[62] et sur les équations pour le profil de vitesses à l'intérieur des fluides non-newtoniens, proposées par Dodge et Metzner [22].

6.2.1.- Etude de la couche limite pour les fluides newtoniens.

L'étude de la couche limite formée par les fluides newtoniens qui s'écoulent sur une surface plate solide, montre que près de la paroi, existent trois zones différentes du point de vue de la turbulence (Fig. VI.1).

Sous-couche laminaire.

Dans cette zone l'écoulement est en régime laminaire, pour un régime permanent et uniforme et considérant que la tension de cisaillement est constante, l'on peut en déduire l'égalité suivante :

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y \rho}{\mu} \quad \text{valable pour : } y < \delta' \quad (6.4)$$

avec : $u_* = \sqrt{\tau_o / \rho}$

où : u , la vitesse locale d'écoulement (m s^{-1}) ;

u_* , la vitesse de cisaillement (m s^{-1}) ;

τ_o , la tension de cisaillement sur la frontière solide (Pa) ;

y , la distance à la paroi (m) ;

δ' est l'épaisseur de la sous-couche laminaire (m) ;

μ , la viscosité dynamique du fluide (Pa s) ;

et ρ , la masse volumique du fluide (kg m^{-3}).

Le terme u / u_* dans l'équation (6.4) représente une vitesse adimensionnelle que par la suite nous dénotons u^+ et le terme $u_* y \rho / \mu$ représente une largeur adimensionnelle dénotée par la suite y^+ .

Généralement l'épaisseur de la sous-couche laminaire δ' est définie comme la valeur de y pour laquelle $y^+ = 4$; cette égalité nous l'écrivons :

$$\delta'^+ = \frac{u_* \delta' \rho}{\mu} = 4,0 \quad , \quad (6.5)$$

en prenant compte de cette identité, nous récrivons l'équation (6.4) avec la nouvelle notation, comme suit :

$$u^+ = y^+ \quad \text{valable pour : } y^+ < \delta'^+ = 4,00 \quad (6.6)$$

Zone de séparation.

La turbulence et la viscosité jouent chacune, des rôles aussi importants l'un que l'autre. Dans cette zone, les perturbations dans un certain domaine de fréquences transportées par le propre fluide forment des ondulations (Schlichting [62]). Et ces ondulations ont tendance à être instables et à croître en amplitude de la façon décrite quantitativement par une théorie de Prandtl [53].

La zone de séparation est délimitée par :

$$4 < y^+ < 30 \text{ à } 70$$

Zone turbulente.

Dans cette zone, la turbulence est complètement développée et l'on peut utiliser le modèle de parcours de mélange de Prandtl pour obtenir la force tangentielle en fonction du gradient de vitesses.

$$\tau = \rho \kappa^2 y^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \frac{du}{dy} \quad (6.7)$$

où : κ , est la constante universelle de Karman.

L'intégration de l'équation précédente pour un écoulement en régime uniforme et permanent et pour une tension de cisaillement essentiellement constante et égale à τ_0 , permet d'obtenir une loi logarithmique permettant de déterminer u^+ en fonction de y^+ , à savoir :

$$u^+ = \frac{2,3}{\kappa} \log_{10} y^+ + C_1 \quad \text{valable pour : } y^+ > 30 \text{ à } 70 \quad (6.8)$$

où : C_1 , est une constante dépendant essentiellement de la rugosité de la paroi.

Pour des écoulements sur des surfaces plates les valeurs de κ et de C_1 , sont :

$$\kappa = 0,41$$

$$C_1 = 4,9$$

La limite de validité de la loi logarithmique de vitesses (équation (6.8)), dépend essentiellement du quotient de la distance à la paroi y par l'épaisseur de la couche limite δ ; au delà de $y / \delta > 0,2$ l'équation (6.8) n'est plus valable.

La coupure entre la loi laminaire de vitesses (équation (6.6)) et la loi logarithmique de vitesses (équation (6.8)) se fait à une distance y_c de la paroi qui nous permet de définir y_c^+ de la manière suivante :

$$y_c^+ = \frac{u_* y_c \rho}{\mu}$$

D'après les équations (6.6) et (6.8), nous avons :

$$C_1 = y_c^+ - \frac{2,3}{\kappa} \log_{10} y_c^+ \quad (6.9)$$

Pour les écoulements sur surfaces plates, avec les valeurs de κ et C_1 mentionnées ci-dessus, y_c^+ vaut environ 10,66.

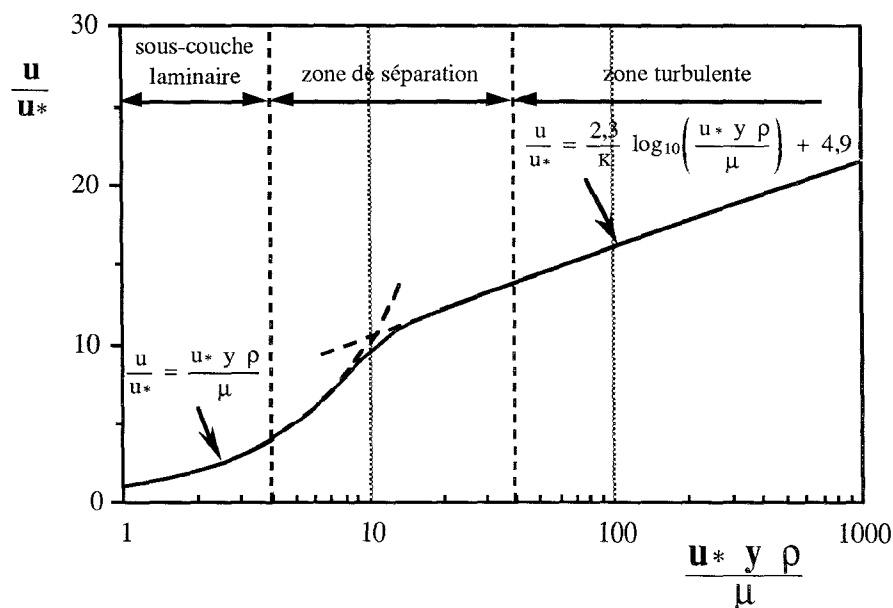


Fig. VI.1- Profils des vitesses illustrant la loi de la paroi pour des fluides newtoniens.

6.2.2.- Sources de turbulence dans la couche limite [20].

La différence de vitesse entre les couches adjacentes de la zone de séparation d'une couche limite bidimensionnelle entraîne une tendance à la formation de ondulations aux interfaces, soit, par l'action d'agents externes, soit, par des perturbations qui sont généralement transportées par le propre fluide.

Les lignes de courant relatives à l'onde (laquelle avance avec une vitesse égale à la vitesse moyenne du fluide) sont montrées dans la figure VI.2 (a) . En appliquant l'équation de Bernoulli le long de chaque tube de courant, on conclut qu'il y a une surpression du côté concave de chaque crête ou vallée de l'onde et une dépression du côté convexe.

Conséquemment, si l'amortissement dû à l'action de la viscosité est faible, une surface ondulée est instable et elle tend à s'amplifier, ensuite à se plisser, et finalement à rompre en tourbillons séparés (Fig. VI.2 (b)). Ces tourbillons peuvent conserver individuellement leur identité, mais, il est plus fréquent qu'ils dégénèrent en fluctuations aléatoires.

Une fois que les perturbations se présentent, la question est de savoir si ces perturbations persistent ou si elles sont amorties par l'action de la viscosité. La théorie de petites perturbations (théorie de Tollmien-Schlichting) qui a été vérifiée expérimentalement, montre que d'après les fréquences certaines perturbations sont amplifiées et d'autres sont amorties.

Les résultats de cette théorie pour une couche limite laminaire bidimensionnelle, sont montrés dans la figure VI.3. Dans cette figure, l'ordonnée est une fréquence adimensionnelle et l'abscisse est un nombre de Reynolds pour la couche limite, basé sur l'épaisseur de déplacement, à savoir :

$$\mathcal{R}_{\delta^*} = \frac{U \delta^* \rho}{\mu} \quad (6.10)$$

où : U , est la vitesse d'écoulement du courant libre, à l'extérieure de la couche limite (m s^{-1}) ;

δ^* , l'épaisseur de déplacement de la couche limite (m), défini par :

$$\delta^* = \int_0^h \left(1 - \frac{u}{U} \right) d\beta \quad \text{avec : } h \geq \delta \quad (6.11)$$

où : δ , est l'épaisseur de la couche limite (m) ;

et u , la vitesse locale d'écoulement (m s^{-1}).

Les conditions de stabilité dans la figure VI.3 sont données par une courbe de stabilité neutre qui enferme une région au-dessus d'un nombre de Reynolds critique $\mathcal{R}_{\delta^* \text{critique}}$. Au dessous de ce nombre de Reynolds critique les perturbations de toutes les fréquences sont éliminées par

amortissement visqueux ; au-dessus de $\mathcal{R}_{\delta^* \text{critique}}$ les perturbations ayant une fréquence qui se trouve à l'intérieur de la courbe de stabilité neutre sont amplifiées et toutes les autres fréquences sont amorties.

6.2.3.- Énergie turbulente dans la couche limite.

Dans un écoulement, l'énergie disponible par unité de temps dû à la chute de pression, est égale à l'énergie qui se transforme directement en chaleur, plus, l'énergie se transformant en énergie turbulente.

L'énergie qui par unité de temps se transforme en énergie turbulente, est variable sur un profil de vitesses à l'intérieur d'une couche limite ; elle est pratiquement nulle dans la sous-couche laminaire, faible dans la zone turbulente, et très forte dans la zone de séparation (Fig. VI.4).

La propagation d'une perturbation turbulente à l'intérieur de la zone de séparation est montrée dans la figure VI.5.

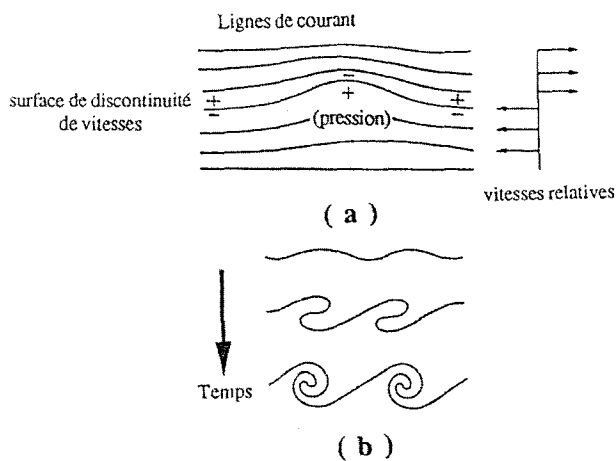


Fig. VI.2.- Formation de tourbillons à partir de perturbations dans la zone de séparation.
(in Daily [20]).

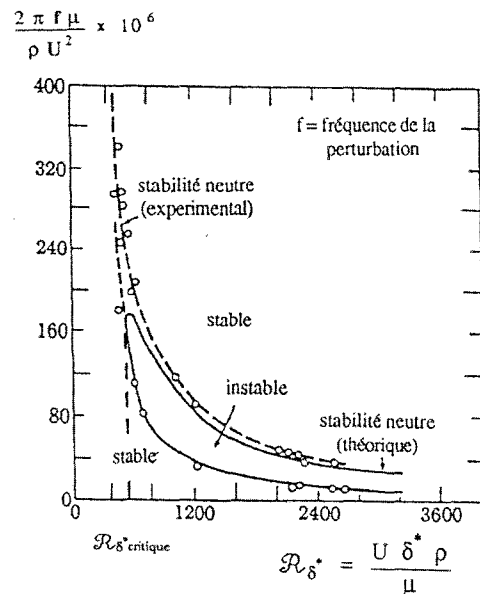


Fig. VI.3.- Diagramme de stabilité de Tollmien-Schlichting pour une couche limite laminaire bidimensionnelle (in Daily [20]).

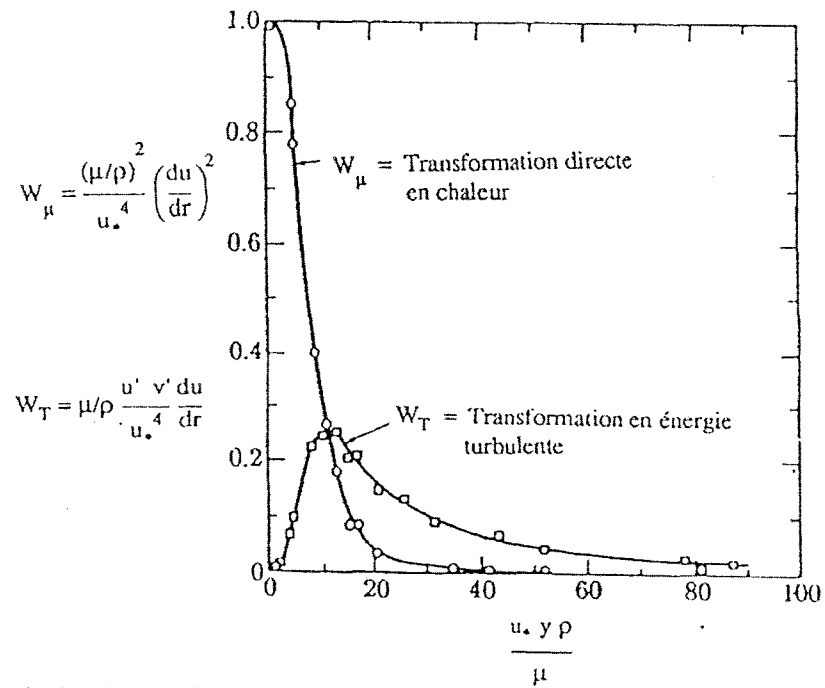


Fig. VI.4.- distribution de l'énergie perdue par un écoulement (d'après Laufer in Daily [20]).

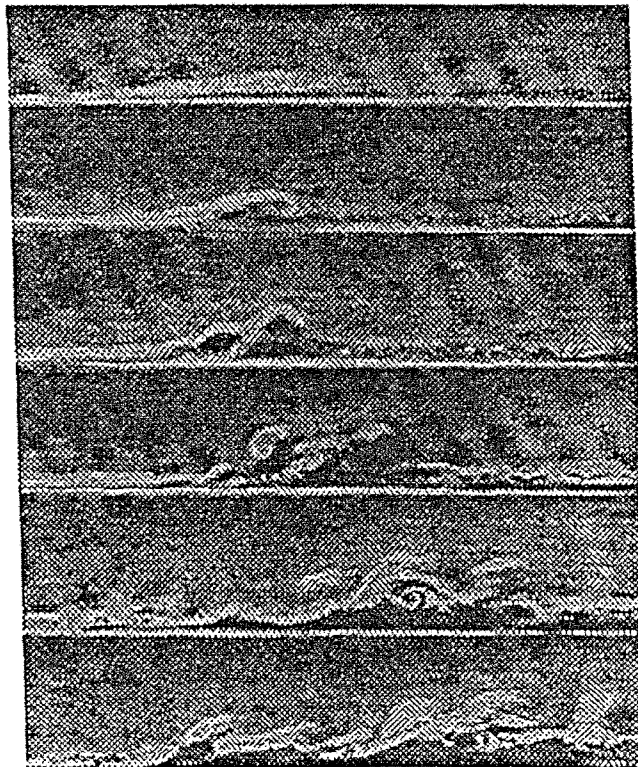


Fig. VI.5.- Propagation d'une perturbation turbulente (d'après Prandtl [53]).

6.2.4.- Profil de vitesses dans la couche limite pour les fluides non-newtoniens.

Sous-couche laminaire.

En considérant que la tension de cisaillement à l'intérieur de la sous-couche laminaire est constante, l'on peut en déduire l'égalité suivante pour les fluides non-newtoniens en régime permanent et uniforme:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_*}{\eta_{\text{paroi}}} y \rho \quad \text{valable pour : } y < \delta_\eta' \quad (6.12)$$

où : δ_η' est l'épaisseur de la sous-couche de fluide non-newtonien en régime laminaire (m) ;
et η_{paroi} , la viscosité dynamique apparente à la paroi (Pa s).

Lorsque le comportement d'un fluide non-newtonien est non thixotrope et que la tension de cisaillement et le gradient de vitesses sont liés par la "loi de puissance", l'équation (6.12) se transforme en :

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_*^{2/n-1} y \rho^{1/n}}{m^{1/n}} \quad (6.13)$$

où : m , est la constante de proportionnalité de la "loi de puissance" (équation (2.32)) (Pa sⁿ) ;
 m peut être interprété comme un indice de la viscosité du fluide non-newtonien ;
et n , la puissance de la "loi de puissance" (équation (2.32)). n caractérise le degré de comportement non-newtonien d'un fluide.

L'équation précédente montre que pour les fluides non-newtoniens, de même que pour les fluides newtoniens, un écoulement en régime laminaire sous l'action d'une tension de cisaillement constante, entraîne une augmentation linéaire de la vitesse par rapport à la distance à la paroi.

En analogie avec les fluides newtoniens, nous définissons, pour les fluides non-newtoniens gouvernés par la "loi de puissance", la vitesse adimensionnelle et la largeur adimensionnelle respectivement par :

$$u_\eta^+ = \frac{u}{u_*} \quad \text{et} \quad y_\eta^+ = \frac{u_*^{2/n-1} y \rho^{1/n}}{m^{1/n}}$$

D'accord avec les deux définitions précédentes nous récrivons l'équation (6.12), pour le cas d'un fluide gouverné par la loi de puissance, comme suit :

$$u_\eta^+ = y_\eta^+ \quad \text{valable pour : } y_\eta^+ < \delta_\eta'^+ = \frac{u_*^{2/n-1} \delta_\eta' \rho^{1/n}}{m^{1/n}} \quad (6.14)$$

où : $\delta_\eta'^+$, est la largeur adimensionnelle associée à l'épaisseur de la sous-couche laminaire δ_η' du fluide non-newtonien.

Zone turbulente.

Dodge et Metzner [22], basés sur des mesures des pertes de charge provoquées par l'écoulement des fluides non-newtoniens (solutions de polymères et suspensions solide-liquide) dans des tuyauteries, formulent l'équation suivante permettant de déterminer le profil de vitesses dans la zone turbulente :

$$\frac{u}{u_*} = \frac{5,66}{(n')^{0,75}} \log_{10} \left[\left(\frac{u_*^{2/n-1} y \rho^{1/n}}{m^{1/n}} \right)^n \right] - \frac{0,40}{(n')^{1,2}} + \frac{2,458}{(n')^{0,75}} \left[1,960 + 1,255 n' - 1,628 n' \log_{10} \left(3 + \frac{1}{n'} \right) \right] \quad (6.15)$$

n' , est la puissance d'une loi reliant la vitesse moyenne d'un écoulement laminaire dans un tube capillaire et la tension de cisaillement à la paroi ; cette loi s'écrit :

$$\tau_o = \frac{D}{4} \frac{\Delta p}{L} = m' \left(\frac{8 \bar{u}}{D} \right)^{n'} \quad (6.16)$$

où : D , est le diamètre du tube capillaire (m) ;

Δp , la chute de pression (Pa) ;

L , la longueur du tube capillaire (m) ;

\bar{u} , la vitesse moyenne d'écoulement sur une section transversale du tube capillaire ($m s^{-1}$) ;

et m' , un facteur indicateur de la viscosité du fluide ($Pa s^n$).

Lorsque le comportement d'un fluide non-newtonien satisfait parfaitement la "loi de puissance" (équation (2.32)), on a :

$$n = n'$$

En prenant compte de cette identité et des notations u_{η}^+ et y_{η}^+ mentionnées précédemment pour les fluides non-newtoniens, l'équation (6.15), dans le cas d'un fluide se comportant d'accord avec la "loi de puissance" devient (Fig. VI.6) :

$$u_{\eta}^+ = 5,66 n^{0,25} \log_{10} (y_{\eta}^+) + C_{1\eta} \quad (6.17)$$

avec :

$$C_{1\eta} = - \frac{0,40}{n^{1,2}} + \frac{2,458}{n^{0,75}} \left[1,960 + 1,255 n - 1,628 n \log_{10} \left(3 + \frac{1}{n} \right) \right] \quad (6.18)$$

Toujours dans le cas de fluides non-newtoniens qui se comportent d'accord avec la "loi de puissance", la coupure entre la loi laminaire de vitesses (équation (6.12)) et la loi logarithmique de vitesses (équation (6.17)) se fait à une distance $y_{c\eta}$ de la paroi qui nous permet de définir

$y_{c\eta}^+$ de la manière suivante :

$$y_{c\eta}^+ = \frac{u_*^{2/n-1} y_{c\eta} \rho^{1/n}}{m^{1/n}} \quad (6.19)$$

D'après les équations (6.13), (6.17) et (6.19), nous avons l'identité suivante :

$$C_{1\eta} = y_{c\eta}^+ - 5,66 n^{0,25} \log_{10} y_{c\eta}^+ \quad (6.20)$$

Afin d'évaluer approximativement l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire δ'_{η}^+ pour les écoulements de fluides non-newtoniens, nous supposons une égalité entre les rapports suivantes :

$$\frac{\delta'_{\eta}^+}{y_{c\eta}^+} = \frac{\delta'_{\eta}^+}{y_{c\eta}^+} \quad (6.21)$$

Prenant en compte que l'épaisseur adimensionnelle de la sous couche laminaire δ'_{η}^+ pour les fluides newtoniens vaut 4, et que $y_{c\eta}^+$ doit satisfaire les équations (6.18), (6.19) et (6.20), nous avons estimé la valeur de δ'_{η}^+ ; les résultats sont montrés dans le Tableau No. 6.1.

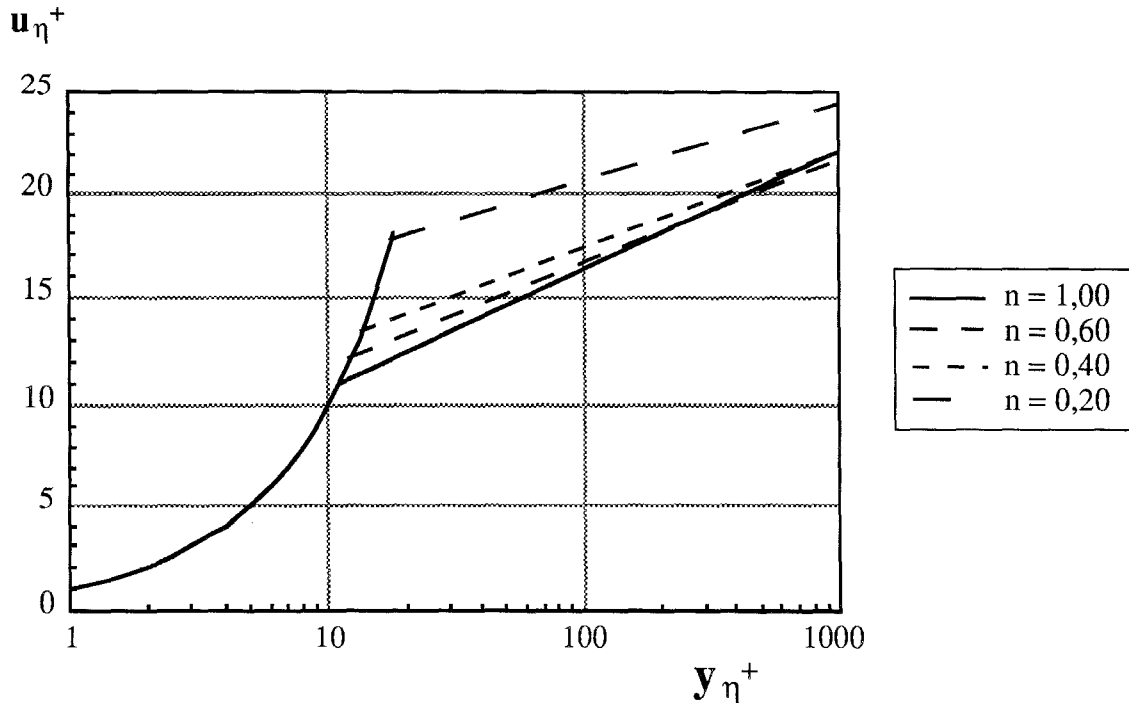


Fig. VI.6- Profils des vitesses pour des fluides non-newtoniens en fonction du facteur n de la "loi de puissance" d'après l'équation (6.17) de Dodge et Metzner [22], avec u_{η}^+ et y_{η}^+ tels qu'ils sont définis dans ce travail.

n	$C_{1\eta}$	$y_{c\eta}^+$	$\delta_{\eta}^{' +}$
2,0	3,769	10,70	3,898
1,5	4,244	10,66	3,883
1,0	5,093	10,98	4,000
0,8	5,712	11,36	4,138
0,6	6,687	12,08	4,401
0,4	8,474	13,57	4,945
0,2	12,955	17,72	6,455

Tableau No. 6.1.

6.2.5.- Critères d'apparition de la turbulence pour les fluides non-newtoniens.

La condition de turbulence pour l'écoulement d'un fluide newtonien, dans un canal bidimensionnel, est que le nombre de Reynolds \mathcal{R} basé sur les caractéristiques moyennes de l'écoulement, soit supérieure d'une valeur critique d'environ 2000 ; ce nombre de Reynolds s'écrit :

$$\mathcal{R} = 4 \frac{\bar{U} H \rho}{\mu} \quad (6.22)$$

où : H , le tirant du fluide (m) ;

\bar{U} , est la vitesse moyenne d'écoulement (m s^{-1}).

Le nombre de Reynolds \mathcal{R} de l'équation (6.22) est un rapport entre la force due à l'inertie et celle due à la viscosité.

La généralisation du critère de Reynolds pour l'écoulement bidimensionnel à surface libre d'un fluide non-newtonien homogène, est faite en prenant comme viscosité caractéristique de l'écoulement, la viscosité apparente à la paroi ; ainsi, le nombre de Reynolds \mathcal{R}_{η} pour les fluides non-newtoniens homogènes est :

$$\mathcal{R}_{\eta} = 4 \frac{\bar{U}_{\eta} H_{\eta} \rho_{\eta}}{\eta_{\text{paroi}}} \quad (6.23)$$

où : H_{η} , est le tirant du fluide non-newtonien (m) ;

ρ_{η} , la densité du fluide non-newtonien (kg m^{-3}) ;

\bar{U}_η , la vitesse moyenne d'écoulement du fluide non-newtonien (m s^{-1}) ;
 η_{paroi} , la viscosité dynamique apparente à la paroi (Pa s).

Des mesures en laboratoire montrent que la transition entre régime laminaire et turbulent se fait pour une valeur de \mathcal{R}_η comprise entre 2000 et 8500.

Oliver et Mac Sporrán (in Bogue [9]), montrent que le nombre adimensionnel N_{IE} défini par :

$$N_{\text{IE}} = \frac{\rho_\eta \bar{U}_\eta^2}{\tau_o}, \quad (6.24)$$

est un meilleur critère que le nombre de Reynolds, pour déterminer si un fluide non newtonien est laminaire ou turbulent.

Le nombre N_{IE} est un rapport entre la force due à l'inertie du fluide et la contrainte de cisaillement ; des valeurs expérimentales montrent que la valeur critique de transition entre régime laminaire et turbulent se fait pour des valeurs de N_{IE} compris entre 5 et 15.

De manière à garder notre notation nous utilisons la racine carré de N_{IE} comme critère d'apparition de la turbulence ; ainsi le critère de Oliver et Mac Sporrán devient :

$$\sqrt{5} < \left. \frac{\bar{U}_\eta}{u_*} \right|_{\text{critique}} < \sqrt{15} \quad (6.25)$$

En analogie avec le critère précédente, nous utilisons la vitesse adimensionnelle u_η^+ basé sur la vitesse locale u , comme critère servant à déterminer la frontière entre la sous-couche laminaire et la zone de séparation, à l'intérieur d'une couche limite bidimensionnelle en régime turbulent. Ce critère s'écrit donc :

$$\left. \frac{u}{u_*} \right|_{\text{CT}} = u_\eta^+ \text{CT} = \delta_\eta'^+ \quad (6.26)$$

où : $u_\eta^+ \text{CT}$, est la vitesse adimensionnelle correspondant à la frontière entre la sous-couche laminaire et la zone de transition.

Dans le cas de fluides non-newtoniens homogènes, l'utilisation de $u_\eta^+ \text{CT}$ ou de $\delta_\eta'^+$ comme critère de délimitation entre la sous-couche laminaire et la zone turbulente, conduit exactement au même résultat, cependant, l'utilisation du critère $u_\eta^+ \text{CT}$ présente des avantages dans le cas de fluides non-newtoniens stratifiés, ceci du fait que la viscosité apparente, variant verticalement, n'est considérée qu'implicitement.

6.2.6.- Ecoulement des fluides non-newtoniens stratifiés.

Nous avons vu précédemment dans le chapitre 4 et 5, que dans les problèmes sédimentologiques, le phénomène de sédimentation conduit à une stratification à l'intérieur des couches de crème de vase en état de suspension ; cette stratification entraîne un fort gradient vertical de la viscosité et un plus faible gradient vertical de la densité de l'ensemble vase-eau.

De façon à généraliser le critère pour déterminer la frontière entre la sous-couche laminaire et la zone de séparation (équation (6.26)) au cas des fluides non-newtoniens stratifiés, nous considérons que le gradient de viscosité joue un rôle prépondérant sur le gradient de densité et nous prenons notamment, comme densité caractéristique de l'ensemble vase-eau, la densité de la phase liquide ρ_o , ainsi la vitesse de cisaillement est :

$$u_* = \sqrt{\tau_o / \rho_o} \quad (6.27)$$

Maintenant, si nous prenons comme origine pour l'axe de coordonnées verticales z , le niveau du fond fixe, pour lequel la vitesse d'écoulement u est zéro, la vitesse adimensionnelle u_{η}^+ dans un point placé au niveau z_1 à l'intérieure de la sous-couche laminaire est donnée par :

$$u_{\eta}^+ = u_* \rho_o \int_0^{z_1} \frac{d\beta}{\eta(\beta)} \quad \text{valable pour : } u_{\eta}^+ < u_{\eta}^+{}_{CT} = \delta'_{\eta}^+ \quad (6.28)$$

où : $\eta(\beta)$, est la viscosité apparente (Pa s), variable sur l'axe verticale z .

et δ'_{η}^+ , la largeur adimensionnelle correspondant à la frontière entre la sous-couche laminaire et la zone de transition, dans le cas de fluides homogènes non-newtoniens se comportant d'accord avec "la loi de puissance", des valeurs de δ'_{η}^+ en fonction de n , sont donnés dans le Tableau No. 6.1.

6.2.7.- Conditions critiques de turbulence en surface d'une couche de crème de vase en état de suspension.

Au début de ce chapitre, nous avons formulé une hypothèse selon laquelle la totalité de masse d'une couche de crème de vase en état de suspension, qui s'écoule en régime turbulent, est transférée vers l'écoulement superficiel, si bien que, pendant la remise en suspension de la couche de vase par transfert turbulent, la variation de l'épaisseur de la couche crème coïncide avec l'épaisseur de la sous-couche de crème de vase qui s'écoule en régime laminaire.

D'après cette hypothèse, la tension de cisaillement critique, entraînant le transfert turbulent de masse de la couche de crème de vase en état de suspension vers l'écoulement superficiel est donnée par :

$$u_{*CT} = \delta'_{\eta} / \rho_o \int_0^{ECC} \eta(\beta)^{-1} d\beta \quad (6.29)$$

où : ECC, est l'épaisseur de la couche de crème de vase en état de suspension (m).

Le débit de transfert de masse J par unité de surface et de temps, est obtenu directement des conditions hydrodynamiques ; ce débit correspond au produit de la concentration de la crème de vase C multipliée par la variation de l'épaisseur de la sous-couche laminaire δ'_{η} par rapport au temps :

$$J = - C \frac{\partial \delta'_{\eta}}{\partial t} = - C \frac{\partial ECC}{\partial t} \quad \text{pour : } u_* > u_{*CT} \text{ et } u_*, \text{ augmentant.} \quad (6.30)$$

6.2.8.- Dynamique de la crème de vase en état de suspension dans l'estuaire de la Loire.

L'équation (6.30) implique que pendant la remise en suspension d'une couche de crème de vase en état de suspension, l'épaisseur de cette couche de vase coïncide avec l'épaisseur de la sous-couche qui s'écoule en régime laminaire ; cette hypothèse implique qu'en surface de la couche de vase, la vitesse de déplacement est d'environ 4 fois la vitesse de cisaillement u_* .

D'autre part dans les cours d'eau naturels, la vitesse moyenne d'écoulement est d'un ordre de magnitude de 20 fois la vitesse de cisaillement u_* .

Donc l'hypothèse précédente implique que pendant la remise en suspension par transfert turbulent de masse, la partie superficielle d'une couche de vase s'écoule à une vitesse de l'ordre d'un 5^{ème} de celle de l'écoulement superficiel.

Dans l'estuaire de la Loire, on observe des vitesses maximales d'écoulement de l'eau de l'ordre de 1 m s⁻¹ et une progression associée de la vase de l'ordre de 225 m sur un demi-cycle de marée de jusant (Gallenne [24]).

Ces observations, d'accord avec notre critère délimitant la sous-couche laminaire et la zone de séparation (équation (6.26)), montrent que :

- **Le déplacement des couches de crème de vase sur le fond de l'estuaire de la Loire est en régime laminaire.**

D'après cette observation la crème de vase dans l'estuaire de la Loire est érodée avant que la turbulence dans sa surface soit généralisée. Donc, l'équation (6.30) n'est pas valable puisque l'hypothèse de départ est en défaut.

Il faut noter que notre critère d'apparition de la turbulence près des frontières solides concerne la généralisation de la turbulence à partir d'une distance de cette frontière fixe. Ce critère ne considère pas les bouffées turbulentes qui pénètrent sporadiquement l'écoulement laminaire de la crème de vase.

6.2.7.1.- Formulations retenues pour modéliser la dynamique de la crème de vase en état de suspension dans l'estuaire de la Loire.

Débit d'érosion :

Afin d'évaluer le débit d'érosion de la crème de vase en état de suspension, nous utilisons la formulation de Partheniades [50] (équation (2.64)). Dans cette formulation, le débit d'érosion augmente linéairement avec l'excès de tension de cisaillement " $\tau_o - \tau_{oc}$ " :

$$*** \quad Q_E = M \left(\frac{\tau_o - \tau_{oc}}{\tau_{oc}} \right) \quad (2.64)$$

où : M est une constante d'érodibilité propre à chaque complexe sol-eau ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$).

Début de l'érosion :

Bien que par définition, la rigidité initiale d'une couche de crème de vase en état de suspension est nulle, lorsque l'on utilise le modèle plastique de Bingham pour simuler son comportement rhéologique, on observe un seuil de plasticité τ_B non nul ; ceci est dû au comportement pseudoplastique des vases en état de suspension.

Dans ce travail, la tension de cisaillement critique de début d'érosion τ_{oc} , d'une crème de vase en état de suspension, est fonction du seuil de plasticité apparente τ_B déterminé lorsque l'on utilise le modèle plastique de Bingham, à savoir :

$$\tau_{oc} = f_E (\tau_B) \quad (6.31)$$

où : τ_B , caractérise ici les forces d'adhérence entre les flocons de vase formant la crème de vase ;

f_E , est une fonction reliant τ_{oc} et τ_B .

Déplacement de la couche de vase en état de suspension sur le fond :

L'écoulement longitudinal de la crème de vase étant en régime laminaire dans l'estuaire de la Loire, l'équation (6.28) est utilisée afin de déterminer le profil des vitesses à l'intérieur des couches de crème de vase en état de suspension.

6.3.- ETUDE DE L'ÉROSION DE LA VASE EN LABORATOIRE.

Afin d'observer les mécanismes de l'érosion et de caler la loi de début d'érosion des vases préconsolidées (équation (6.3)), nous avons réalisé, entre le 11 et le 21 février 1991, 6 essais de remise en suspension de la vase dans un canal en laboratoire.

Ces essais de remise en suspension sont complétés par des mesures des paramètres hydrodynamiques dans le canal et par les essais rhéologiques présentés dans le chapitre 3 de ce mémoire.

6.3.1.- Canal expérimental.

Pour la réalisation des essais nous utilisons un canal à circuit fermé propriété du LCPC-Nantes, ayant les caractéristiques suivantes [57] :

Une vanne installée sur la canalisation de refoulement de la pompe permet de faire varier le débit entre 130 et 43,5 m³/h. Le volume total d'eau dans le canal étant de 7,5 m³.

Un seuil installé en bout de canal permet le réglage de la hauteur d'eau de 0,13 m à 0,40 m.

Le canal est muni d'un bac à sédiments de : 0,1 m de Profondeur ; 0,4 m de largeur ; et 1,5 m de longueur.

Deux convergents, l'un latéral et l'autre vertical, raccordent le réservoir au canal. Ce dispositif permet d'avoir un écoulement uniforme tout le long du canal .

Le maintien en température dans une gamme allant de 5 à 25° C, à 1° C près , est réalisé par une batterie de refroidissement en tube d'acier inoxydable installée dans la cuve aval.

Le canal, les cuves et les convergents sont construits en plastiglass et les parties métalliques (pompe centrifuge, vannes, tuyauteries, système de refroidissement) en acier inoxydable.

La figure VI.7, illustre l'ensemble du canal.

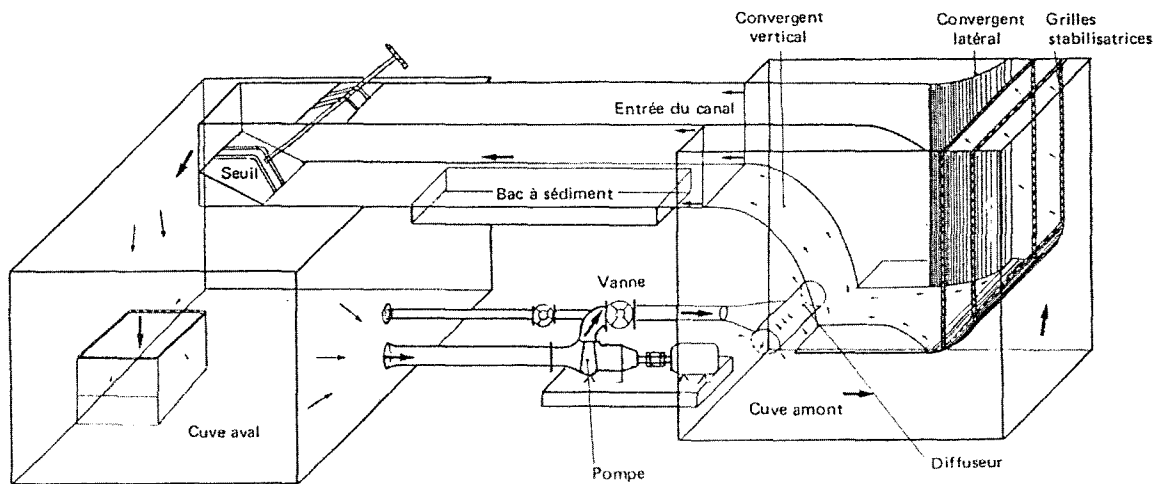


Fig. VI.7- Schéma illustrant le canal expérimental (d'après Robbe [57]).

6.3.2.- Hydrodynamique du canal expérimental.

Le prélèvement à l'entrée du chenal de 8 profils verticaux de vitesses, placés sur l'axe central, nous permet la détermination de la tension de cisaillement au fond en fonction de la vitesse moyenne d'écoulement. Pendant la mesure des vitesses, le bac à sédiment est recouvert avec un plaque plate en bois.

Les vitesses sont mesurées tous les 0,005 m sur les 0,05 m du fond du canal et tous les 0,025 m sur la partie superficielle de l'écoulement, la vitesse considérée est la moyenne de 3 mesures.

6.3.2.1.- Description de l'appareil de mesure de vitesses.

Les mesures des vitesses sont faites moyennant un micro-moulinet conçu pour mesurer de faibles vitesses d'écoulement dans les canaux hydrauliques ; ce micro-moulinet est destiné essentiellement aux essais dans des canaux de faibles dimensions, à des vitesses allant de 0,36 jusqu'à 2,00 m s⁻¹.

La sonde est constituée d'un tube support, de faible diamètre, comportant à sa base une tête de mesure de 25 mm d'encombrement hors tout. Cette sonde est reliée à un indicateur par l'intermédiaire d'un câble avec prises BNC.

La tête de mesure est constituée d'un moulinet de PVC à 5 aubes, de diamètre 11,6 mm, monté sur un axe en acier inoxydable à pivots coniques. Le guidage de cet axe est réalisé par saphirs synthétiques montés sur une couronne de 25 mm.

Un micro-capteur de variation d'impédance, modulé à 15 kHz, transmet un signal proportionnel aux fréquences de passage des aubes, lorsque le moulinet est entraîné dans un liquide conducteur.

Calage du micro-moulinet.

Le micro-moulinet a été calé dans le canal de carènes du Laboratoire d'Hydrodynamique Navale de L'Ecole Centrale de Nantes par M. Marichal (Fig. VI.8); la relation qui permet de transformer la lecture sur l'indicateur de fréquences en vitesse est :

$$u = 0,0675 + 0,5506 (\text{LECTURE}) \quad \text{pour : LECTURE} > 0,55 \quad (6.36)$$

avec un coefficient de corrélation $r > 0,99$.

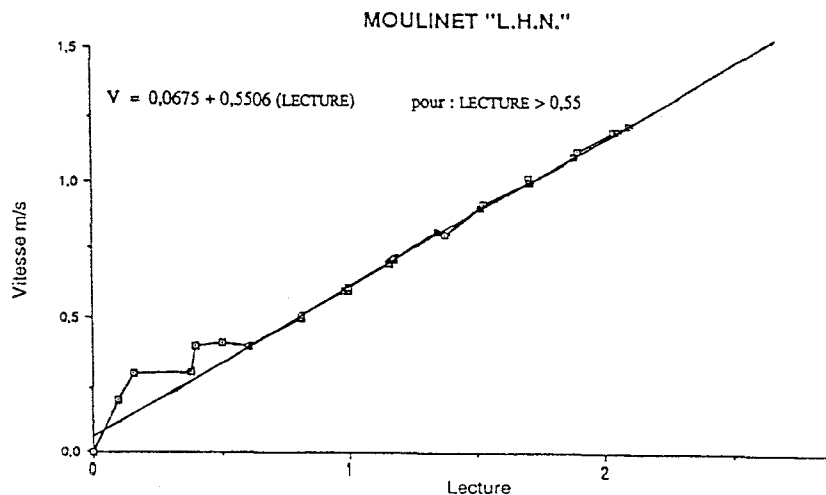


Fig. VI.8.- Calage du micro-moulinet (réalisé par M. Marichal).

6.3.2.2.- Débit dans le canal.

Le débit du canal est assuré par une pompe de 130 m³/h ; une vanne installée sur la canalisation de refoulement, permet de faire varier le débit entre 130 et 43,5 m³/h [57].

Le corrélation entre le débit et le nombre de tours de la vanne a été fait au moment de la construction du canal, cette corrélation est vérifiée par nos mesures de vitesse.

Etant donné que par la suite nous avons besoin de connaître le débit associé à toutes les positions possibles de la vanne, nous avons ajusté une formule qui nous permet de déterminer, par interpolation, le débit en fonction du nombre de tours de la vanne (Fig. VI.9).

$$Q = 0,03611 - 0,024 \left(\frac{NT}{6} \right)^{2,25} \quad (6.37)$$

où : Q, est le débit dans le canal (m³ s⁻¹) ;

et NT, le nombre de tours de la vanne (0 tours = vanne ouverte).

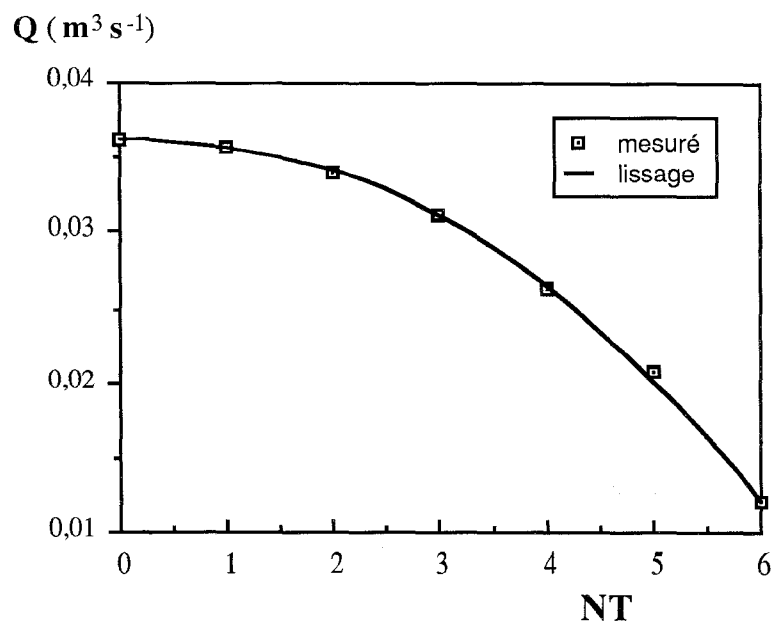


Fig. VI.9.- Débit dans le canal en fonction du nombre de tours de la vanne.

6.3.2.3.- Tension de cisaillement au fond du canal.

La détermination de la vitesse de cisaillement au fond est calculée à partir du profil de vitesses par la formule de Clauser (in Daily [20]). Cette relation, trouvée à partir des mesures de friction sur des plaques plates s'écrit :

$$\frac{U}{u_*} = 5,6 \log_{10} R_{\delta^*} + 4,30 \quad (6.38)$$

avec :

$$R_{\delta^*} = \frac{U \delta^* \rho}{\mu}$$

où : δ^* est l'épaisseur de déplacement (m) ;

μ , la viscosité dynamique de l'eau (Pa s) ($\mu = 1,2 \times 10^{-3}$ Pa s pour une température des essais de 12° C) ;

et U la vitesse à l'extérieur de la couche limite ($m s^{-1}$) ; dans cette étude la valeur de U correspond à la vitesse maximale sur le profil des vitesses .

L'épaisseur de déplacement δ^* est déterminé par intégration numérique de l'équation (6.11) sur le profil vertical de vitesses placé sur l'axe central du canal.

Une fois la vitesse de cisaillement ayant été déterminée pour les 8 profils de vitesse mesurés en laboratoire, et afin de lier u_* avec la vitesse moyenne d'écoulement dans le canal, nous faisons appel au coefficient de frottement C_f , défini par :

$$C_f = 2 \left(\frac{\bar{U}}{u_*} \right)^2 \quad (6.39)$$

où : C_f , est le coefficient de frottement ;

et \bar{U} , la vitesse moyenne d'écoulement dans le canal ($m s^{-1}$).

Ensuite, nous cherchons la meilleure corrélation possible entre C_f et une caractéristique de l'écoulement tel que le nombre de Reynolds, le rayon hydraulique ou le niveau d'eau dans le canal ; après avoir fait les différents lissages, nous observons que la meilleure relation est celle existant entre C_f et le niveau de l'eau dans le canal, ce lissage nous donne :

$$C_f = 0,003835 H^{-0,25} \quad (6.40)$$

où : H , le niveau de l'eau dans le canal (m).

Finalement, d'après les équations (6.39) et (6.40), l'expression qui nous sert à déterminer la

tension de cisaillement au fond du canal, en fonction de la vitesse moyenne d'écoulement de l'eau et du niveau H, est :

$$\tau_o = C_f \rho \frac{\bar{U}^2}{2} \quad \text{avec : } C_f = 0,003835 H^{-0,25} \quad (6.41)$$

Le Tableau No. 6.2, résume les caractéristiques hydrodynamiques des 8 profils de vitesse.

Rugosité admissible du fond.

Les mesures de vitesses ayant été réalisées sur des fonds plats, la relation pour la tension de cisaillement (équation (6.41)), n'est valable que si les rugosités du fond du canal sont complètement recouvertes par la sous-couche laminaire ; la rugosité admissible doit donc satisfaire l'inégalité suivante :

$$\frac{u_* \text{ Rugosité admissible } \rho}{\mu} \leq 4,00 \quad (6.42)$$

Pour le canal du LCPC-Nantes, $u_{* \max} = 0,034 \text{ m s}^{-1}$ et $\mu = 1,2 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$ (pour $\theta = 12^\circ \text{ C}$), par conséquent la rugosité admissible est :

Rugosité admissible $\leq 0,14 \text{ mm}$.

No. essai	1	2	3	4	5	6	7	8 *
vanne	fermée 5 T	fermée 4 T	fermée 3 T	fermée 2 T	fermée 1 T	ouverte	ouverte	fermée 3 T
Q	0,0202	0,0265	0,0311	0,0341	0,03568	0,03611	0,03611	0,0311
H	0,116	0,135	0,145	0,155	0,160	0,160	0,200	0,310
\bar{U}	0,435	0,490	0,535	0,550	0,558	0,564	0,451	0,25
δ^*	$5,83 \times 10^{-4}$	$7,69 \times 10^{-4}$	$7,32 \times 10^{-4}$	$7,32 \times 10^{-4}$	$8,45 \times 10^{-4}$	$9,30 \times 10^{-4}$	$9,30 \times 10^{-4}$	$4,13 \times 10^{-3}$
u_*	0,0256	0,0274	0,0294	0,0305	0,0305	0,0302	0,0245	0,0128
C_f	$6,93 \times 10^{-3}$	$6,25 \times 10^{-3}$	$6,04 \times 10^{-3}$	$6,15 \times 10^{-3}$	$5,98 \times 10^{-3}$	$5,73 \times 10^{-3}$	$5,90 \times 10^{-3}$	$5,24 \times 10^{-3}$

* mesuré au tube de Pitot, au moment de la construction du canal

Tableau No. 6.2.

6.3.3.- Réalisation des essais d'érosion.

L'étude consiste en 6 essais de remise en suspension sous une action hydrodynamique, d'une couche de vase placée au fond du canal. Le but de ces essais est de trouver une corrélation entre le seuil de plasticité de Bingham τ_B qui caractérise les forces de cohésion de la vase, et la tension de cisaillement au fond critique d'érosion τ_{0c} caractérisant l'action hydrodynamique.

Le matériau étudié est une vase prélevée du Port de Plaisance de Trentemoult (estuaire de la Loire) le 23 janvier 1991 ; ce matériau correspond à l'échantillon No. 2 de nos essais rhéologiques présentés dans le chapitre 3 de ce mémoire. La concentration de la vase in-situ, était de 373 kg m^{-3} .

Avec cet échantillon de vase, nous avons reconstitué 6 éprouvettes ayant les concentrations suivantes : 326,5 ; 314,5 ; 286,0 ; 258,7 ; 204,9 ; et $168,6 \text{ kg/m}^3$.

6.3.3.1.- Echantillonnage.

Les grosses particules sont éliminées à l'aide d'un tamis de 1 mm, puis, la formation d'échantillons à des différentes concentrations est faite par addition d'eau.

L'homogénéisation est faite à l'aide d'une tige à palette tournant à la vitesse la plus faible possible afin de ne pas affecter la structure interne de la vase.

La vérification de la concentration est trouvée par la différence de poids entre un échantillon brut et le même échantillon passé 24 h à l'étuve.

6.3.3.2.- Mode opératoire.

Le matériau est placé dans le bac à sédiment et sa surface est nivelée, puis, deux éprouvettes témoins sont prélevées du canal afin d'étudier leur comportement rhéologique et de déterminer leur teneur en matière organique, représentée par les matières volatiles à 550° C , après 3 heures au four.

Les essais de remise en suspension sont réalisés à une température constante de 12° C ($\pm 1^\circ \text{ C}$), commençant avec le seuil placé en position vertical, la vanne fermée 6 tours, et le niveau de l'eau dans le canal égal à 0,285 m.

Ensuite, le débit est augmenté par l'ouverture d'un quart de tour de la vanne ; après un palier d'une minute, la vanne est ouverte en 1/4 de tour supplémentaire et ainsi successivement.

Puis, lorsque la vanne est complètement ouverte, l'on répète l'opération précédente avec le seuil placé en position horizontale.

Une fois que le début de la remise en suspension est observé visuellement, l'ouverture de la vanne est faite de $1/2$ en $1/2$ tour.

Le niveau et le nombre de tours de la vanne correspondant au début d'érosion sont relevés sous les deux critères suivantes :

- 1.- les premières remises en suspension ;
- 2.- une remise en suspension généralisée sur toute la couche de vase.

6.3.3.3.- Mécanismes d'érosion observés en laboratoire.

Les mécanismes de remise en suspension observés en laboratoire sont différents selon la concentration de la vase étudiée dans le canal :

Pour les vases ayant une concentration de 326,5 ; 314,5 ; 286,0 ; et 258,7 kg m^{-3} (vase très concentrée), la remise en suspension se produit par l'arrachement de copeaux de vase.

Pour les vases ayant une concentration de 204,9 ; et 168,6 kg m^{-3} (vases peu concentrées), la remise en suspension se fait en forme de filets de vase qui se diluent dans l'eau superficielle.

Les mécanismes généraux de remise en suspension observés en laboratoire selon la concentration de la vase sont décrits par la suite.

Vases très concentrées :

Le matériau reste en place avant et pendant l'érosion. L'érosion se produit par l'arrachement de petits copeaux de matériau qui gardent leur identité. Lorsque l'écoulement n'est pas assez rapide, les flocons érodés peuvent retomber sur le fond en gardant toujours leur identité.

En général, on remarque que le début d'érosion a lieu pour une tension de cisaillement plus faible que le seuil de plasticité de Bingham τ_B , à l'origine de ce fait on trouve : la turbulence, conduisant à de valeurs de pointe de la tension de cisaillement beaucoup plus élevées que sa valeur moyenne ; et, la non homogénéité du matériau impliquant l'existence de fissures dans la vase où la résistance est plus faible que celle mesurée en utilisant un rhéomètre.

La tension de cisaillement maximale possible dans le canal étant limitée à 1,16 Pa, nous n'observons pas une érosion généralisée sur toute la couche des vases très concentrées, si bien que les conditions critiques d'érosion relevées, correspondent aux premiers arrachements de vase visualisés.

Vases peu concentrées :

Au fur et à mesure que la tension de cisaillement au fond est augmentée, on observe les phénomènes suivants :

- 1) Début de l'érosion sous la forme de filets de vase se diluant dans l'eau superficielle. La tension de cisaillement correspondant au début d'érosion est plus nette que celle des matériaux très consolidés.
- 2) Déplacement de la vase et apparition d'ondulations à l'interface vase-eau ; ces ondulations sont expliquées par la différence de vitesses entre l'eau superficielle et la vase.
- 3) Erosion généralisée sur toute la surface de la vase, ce phénomène est très semblable à la propagation d'une perturbation turbulente (voir Fig. VI.5).

Pour les vases peu concentrées, de même que pour les vases très concentrées, le début de l'érosion a lieu pour une tension de cisaillement nettement plus faible que le seuil de plasticité de Bingham mesuré en laboratoire à l'aide d'un rhéomètre.

6.3.3.4.- Conditions hydrodynamiques critiques d'érosion.

La position de la vanne (débit d'eau) et le niveau dans le canal pour lesquels les premières remises en suspension sont visualisées nous permettent de déterminer la tension de cisaillement à l'interface vase-eau τ_{0c} correspondant au début de l'érosion.

Cette tension de cisaillement est évaluée en utilisant l'équation (6.41) ; en faisant ceci, nous considérons que la surface de la vase est hydrauliquement lisse et que l'influence des matières en suspension sur l'écoulement est négligeable.

Afin de trouver une correspondance entre les forces de cohésion d'un complexe vase-eau et l'action hydrodynamique entraînant le début de la remise en suspension, nous cherchons une corrélation entre le seuil de plasticité de Bingham τ_B déterminé dans les essais rhéométriques présentés dans le chapitre 3 et la tension de cisaillement critique d'érosion τ_{0c} déterminée d'après les essais en canal.

Une régression linéaire nous permet de trouver une relation τ_{oc} - τ_B ayant la forme de l'équation (6.3), cette expression, basée sur le critère de Coulomb, est un critère semi-théorique expliquant le début de l'érosion :

$$\tau_{oc} = 0,01812 \tau_y \quad (6.43)$$

avec un coefficient de corrélation r , de :

$$r = 0,89$$

Nous avons fait un deuxième ajustement pour la relation τ_{oc} - τ_B ; cette ajustement nous permet d'améliorer le coefficient de corrélation mais il a l'inconvénient de ne pas avoir une justification théorique telle que celle donnée par l'équation (6.3) :

$$\tau_{oc} = 0,0105 \tau_y^{1,1368} \quad (6.44)$$

avec un coefficient de corrélation $r = 0,99$.

La figure VI.10 montre la tension de cisaillement critique d'érosion en fonction du seuil de plasticité de Bingham τ_B . Le Tableau No. 6.3 résume les caractéristiques rhéologiques de la vase étudiée en laboratoire et les conditions hydrodynamiques entraînant le début de l'érosion.

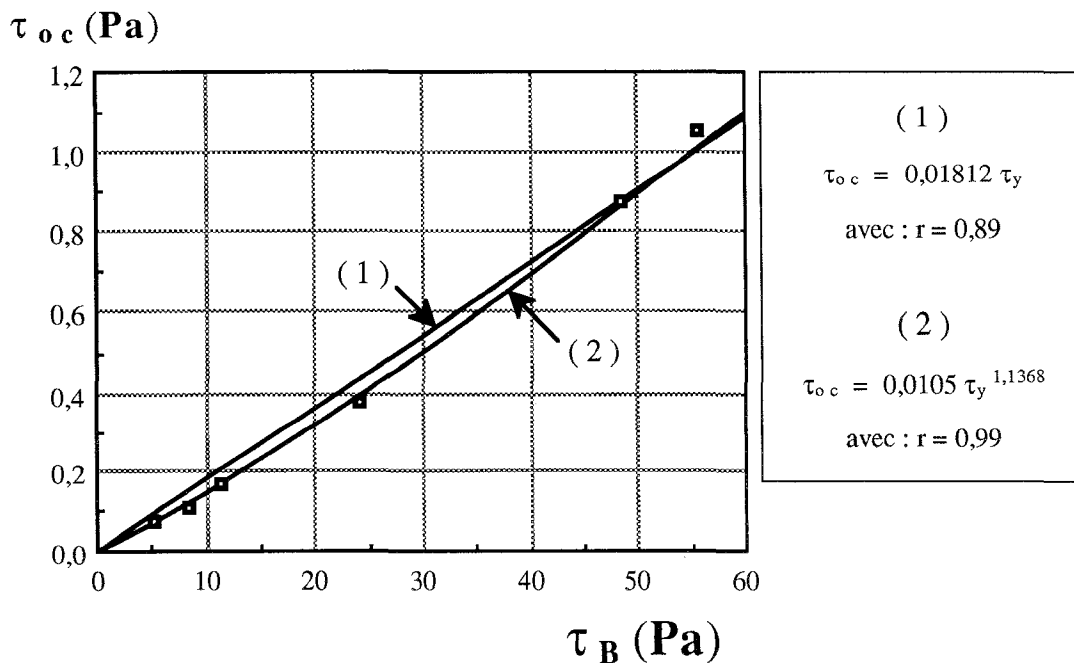


Fig. VI.10 Tension de cisaillement critique d'érosion τ_{oc} en fonction du seuil de plasticité de Bingham τ_B .

ESSAI	1	2	3	4	5	6
C (kg m⁻³)	326,5	314,5	286,0	258,7	204,9	168,6
% Mat. volatiles à 550° C	9,305	9,370	9,535	8,910	9,080	9,080
τ_y (Pa)	55,51	48,38	23,99	11,39	8,31	5,06

Conditions hydrauliques correspondant au début d'érosion :

Tours de la vanne	2,5	4,5	6	0	4,0	5,0
Débit (m³ s⁻¹)	0,03346	0,02355	0,01211	0,03611	0,02647	0,02019
Niveau (m)	0,144	0,117	0,092	0,351	0,320	0,302
Vitesse moyenne (m s⁻¹)	0,581	0,516	0,329	0,257	0,207	0,167
τ_{0c} (Pa)	1,051	0,873	0,377	0,165	0,109	0,072

Conditions hydrauliques correspondant à l'érosion généralisée sur toute la couche de vase :

Tours de la vanne	0	6
Débit (m³ s⁻¹)	0,03611	0,01211
Niveau (m)	0,140	0,098
Vitesse moyenne (m s⁻¹)	0,645	0,309
τ_{0c} (Pa)	1,304	0,327

Tableau No. 6.3.- Caractéristiques rhéologiques de la vase étudiée en laboratoire et conditions hydrodynamiques entraînant le début de l'érosion.

6.4.- CONCLUSIONS SUR CE CHAPITRE.

1.- La généralisation de la définition de l'épaisseur de la sous-couche laminaire des fluides newtoniens aux fluides non-newtoniens, permet de trouver la frontière entre la sous couche laminaire et la zone de séparation en fonction des conditions hydrodynamiques par l'expression suivante :

$$\frac{u}{u_*} \Big|_{CT} = \delta'_{\eta}{}^+$$

où : u , est la vitesse moyenne locale du fluide (m s^{-1}) ;

u_* , la vitesse de cisaillement (m s^{-1}) ;

$\delta'_{\eta}{}^+$, l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire ; pour des fluides newtoniens $\delta'_{\eta}{}^+ = 4,0$.

et l'indice CT , correspond aux conditions hydrodynamiques à la frontière entre la sous-couche laminaire et la zone de transition.

2.- L'équation de Dodge et Metzner pour le profil de vitesse des fluides non-newtoniens dans la zone turbulente, permet de trouver les valeurs de $\delta'_{\eta}{}^+$ données dans le Tableau No. 6.2. Ces valeurs sont valables dans la mesure où l'égalité suivante est justifiée :

$$\frac{\delta'_{\eta}{}^+}{y_c{}^+} = \frac{\delta'_{\eta}{}^+}{y_{c\eta}{}^+}$$

où : $\delta'_{\eta}{}^+$, est l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire d'un fluide newtonien ;

$\delta'_{\eta}{}^+$, l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire d'un fluide non-newtonien ;

$y_c{}^+$, la longueur adimensionnelle correspondant à la coupure entre la loi laminaire de vitesses et la loi logarithmique de vitesses d'un fluide newtonien ;

et $y_{c\eta}{}^+$, la longueur adimensionnelle correspondant à la coupure entre la loi laminaire de vitesses et la loi logarithmique de vitesses d'un fluide non-newtonien ;

3.- Les vitesses maximales d'écoulement de l'eau dans l'estuaire de la Loire, d'environ 1 m s^{-1} sont accompagnées par une progression de la vase de l'ordre de 225 m sur un demi-cycle de marée de jusant (Gallenne [24]). Ceci implique selon notre critère marquant la limite entre la sous-couche laminaire et la zone de séparation dans les fluides non-newtoniens le fait suivant:

- **Le déplacement des couches de crème de vase sur le fond de l'estuaire de la Loire est en régime laminaire.**

Il faut rappeler que notre critère d'apparition de la turbulence près des frontières fixes concerne la

généralisation de la turbulence à partir d'une distance de cette frontière solide. Ce critère ne considère pas les bouffées turbulentes qui pénètrent sporadiquement l'écoulement laminaire de la vase en régime laminaire.

4.- D'après nos essais d'érosion, la rigidité initiale telle qu'elle est déterminée dans le chapitre 3 de ce mémoire, est fortement corrélée avec la tension de cisaillement au fond τ_{0c} correspondant aux premiers remises en suspension observées en laboratoire.

Deux relations sont formulées d'après une régression linéaire réalisée à partir des mesures en laboratoire :

$$\tau_{0c} = 0,01812 \tau_y \quad \text{avec un coefficient de corrélation : } r = 0,89.$$

$$\tau_{0c} = 0,0105 \tau_y^{1,1368} \quad \text{avec un coefficient de corrélation : } r = 0,99.$$

CONCLUSIONS GENERALES.

a) Rhéologie des vases.

1.- Une série de mesures réalisées sur une vase reconstituée de l'estuaire de la Loire à l'aide d'un rhéomètre "RHEOMAT 108", montrent que **la viscosité apparente et le seuil de plasticité de Bingham de cette vase varient avec la température en conservant toujours une même proportionnalité avec la viscosité dynamique de l'eau.**

Ceci est valable au moins pour les conditions expérimentales des essais, soit pour des températures comprises entre 12 et 36° C et pour une concentration de 304,8 kg m⁻³.

2.- Lorsque l'on connaît la rigidité initiale d'une vase pour une température donnée θ_e , la fonction $f_\theta (\theta)$ définie par l'équation suivante :

$$f_\theta (\theta) = \frac{\tau_{y\theta}}{\tau_{y\theta_e}} = \exp(-0,0258 (\theta - \theta_e)),$$

permet d'obtenir d'une manière pratique et approchée la valeur de la rigidité initiale de cette même vase pour une température θ quelconque.

Cette même fonction approche la rapport existant, pour une même vase, entre la viscosité apparente à une température quelconque et la viscosité apparente à une température de référence.

3.- Des essais rhéométriques à concentration variable et température constante de 12° C, réalisés sur un échantillon reconstitué de l'estuaire de la Loire, nous permettent d'ajuster une relation reliant le seuil de plasticité de Bingham et la concentration :

$$\tau_B = a C^b$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1,38 \times 10^{-5} \\ b = 2,5 \end{array} \right\} \text{ pour : } 150,00 < C < 269,14 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2,63 \times 10^{-15} \\ b = 6,5 \end{array} \right\} \text{ pour : } 269,14 < C < 326,50 \text{ kg m}^{-3}$$

Les paramètres de cette loi sont déterminés par une régression linéaire satisfaisant ainsi la condition du meilleur ajustement de moindres carrés.

b) Tassement des vases.

4.- D'après la théorie unidirectionnelle **linéaire** de consolidation de Terzaghi, appliquée à deux colonnes de consolidation d'épaisseur initiale H_1 et H_2 , contenant au début du processus de tassement un même matériau de concentration constante, la condition de similitude donnée par l'équation suivante :

$$H_2^2 t_1 = H_1^2 t_2,$$

permet de trouver le temps t_1 et t_2 pour lequel le degré de consolidation est le même dans les deux colonnes.

D'accord avec cette condition de similitude, **un dépôt de vase atteint sa concentration finale d'autant plus rapidement que l'épaisseur initiale est faible.**

Ce fait est qualitativement confirmé par des observations réalisées par différents auteurs, dont Migniot [45], et par nous mêmes en laboratoire. Cependant la non-linéarité de la vase induit une puissance différente, généralement inférieure à 2, dans la condition de similitude précédente

5.- Notre modèle de consolidation développé dans le chapitre 4 de ce mémoire permet l'étude du processus de consolidation en tenant compte des contraintes effectives. Ce modèle gouverne la variation spatio-temporelle de la concentration en utilisant 2 lois et 5 paramètres qui sont propres à chaque matériau :

- 2 paramètres pour la loi de perméabilité : A_1 et A_2 ;
- 3 pour la loi de compressibilité du matériau : C_0 , B_1 et B_2 .

L'analyse paramétrique de ce modèle montre que :

- a) **la concentration finale** de la vase **dépend** de la contrainte appliquée due au poids propre du matériau et **des paramètres de la loi de compressibilité** ;
- b) lorsque les caractéristiques compressibles de la vase sont constantes, **la vitesse de consolidation dépend** du coefficient de perméabilité, soit selon la loi de variation de k , de la concentration de la vase et **des propres paramètres de la loi de variation du coefficient de perméabilité.**

D'autre part, le coefficient de perméabilité est inversement proportionnel à la viscosité dynamique de la phase fluide du matériau (Lamb [36] et Terzaghi [69]), laquelle varie avec la température, ce qui entraîne une augmentation de la vitesse de la phase solide avec l'augmentation de la température. Ceci n'est pas démontré par notre recherche puisque nous n'avons pas étudié la variation de la compressibilité de la vase avec la température.

6.- La simulation simultanée du tassement des 7 colonnes de consolidation de vase de la Loire étudiées en laboratoire est obtenue en utilisant la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation :

$$k = A_1 \exp\left(-A_2 \frac{C}{\rho_s}\right)$$

avec les valeurs des paramètres qui suivent :

$$A_1 = 0,005 \text{ m s}^{-1},$$

$$A_2 = 110,00.$$

Ces valeurs sont valables pour des concentrations comprises entre 108 et 332 kg m⁻³.

7.- La loi reliant la contrainte effective et la concentration utilisée dans notre modèle (équations (4.37)) simule une transition graduelle entre le processus de sédimentation et celui de consolidation, car elle a les propriétés suivantes :

$$\sigma' = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\sigma'}{dC} = 0 \quad \text{pour : } C \leq C_o$$

$$\sigma' > 0 \quad \text{et} \quad \frac{d\sigma'}{dC} > 0 \quad \text{pour : } C > C_o$$

Ainsi, le tassement par sédimentation est simulé comme un cas particulier en absence de contraintes effectives ($C_e = 0$ dans l'équation (4.57)).

8.- Le modèle de vitesse de sédimentation (équation (4.69)) avec une loi de variation de k' donnée par l'équation (4.70), permet la modélisation de la dynamique verticale des vases en état de suspension sous conditions d'eau calme à seulement 2 paramètres, pour des concentrations supérieures à une valeur de l'ordre de 0,3 kg m⁻³.

Pour des concentrations inférieures à cette valeur, Mehta [44] (voir chapitre 2.4.4.2.2) montre que la vitesse de chute des vases est pratiquement constante et indépendante de la concentration, si bien que les hypothèses introduites dans notre modèle ne sont plus valables.

9.- La loi de variation de $k = k'$ donnée par l'équation (4.73) permet l'assemblage des modèles de sédimentation et de consolidation. Ainsi, cette loi de variation des coefficients de perméabilité, avec les paramètres :

$$A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1}, A_6 = 67,36, A_7 = 0,6132,$$

permet la simulation sous conditions d'eau calme, de la dynamique verticale de la vase de l'estuaire de la Loire étudiée en laboratoire ayant des concentrations comprises entre 2,50 et 332,00 kg m⁻³.

10.- Dans la mesure où le débit solide de sédimentation est approché par l'équation :

$$Q_s = Q_{sp} - Q_{sp} \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \left[1 - \log_e \left(\frac{C - C_p}{C_f - C_p} \right) \right],$$

l'équation :

$$C = C_p + (C_f - C_p) \exp \left(- \frac{C_f - C_p}{Q_{sp}} \frac{z}{t} \right) \quad \text{avec : } C \geq C_i,$$

est une solution exacte du problème de sédimentation en eau calme d'une suspension de vase ayant une concentration initiale constante au début du processus. Cette solution exacte peut servir au réglage des codes de calcul simulant le processus de sédimentation.

11.- Le processus de sédimentation sous conditions d'eau calme est instantané dans une sous-couche au fond ayant une épaisseur Δz infiniment petite et ceci indépendamment de la concentration initiale de la suspension.

12.- La vitesse de diminution de l'épaisseur H , d'une couche vase-eau en état de suspension $(\partial H / \partial t)$ est fonction seule de la concentration en surface C_s de cette suspension, à savoir :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = v_s (C_s)$$

13.- La vitesse de déplacement d'un niveau de concentration C constante dans le temps, $(\partial \eta (C) / \partial t)$ à l'intérieur d'une suspension vase-eau sous conditions d'eau calme, est constante.

14.- Dans la mesure où le modèle de vitesse de sédimentation formé par l'équation (4.69) et par la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.70), simule la dynamique verticale d'une vase, la vitesse de déplacement d'un niveau d'iso-concentration est :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - v_s (C) \left[A_4 \frac{C}{\rho_s} - 2 \right]$$

et lorsque cette dynamique verticale est simulée en utilisant la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.73), $\partial \eta (C) / \partial t$ est donné par :

$$\frac{\partial \eta (C_1)}{\partial t} = - v_s (C) \left[A_6 A_7 \left(\frac{C}{\rho_s} \right)^{A_7} - 2 \right]$$

15.- Dans un complexe vase-eau en cours de sédimentation sous conditions d'eau calme, le **débit solide** $Q_{s/C}$ descendant à **travers le niveau** de concentration C constante dans le temps, lequel se déplace avec une vitesse $\partial \eta (C) / \partial t$ constante, est donné par :

$$Q_{s/C} = - C \times v_s (C) + C \frac{\partial \eta (C)}{\partial t}$$

La validité de l'équation précédente est corroborée numériquement lorsque le débit solide est relié uniquement à la concentration par une fonction continue.

16.- En eau calme, la concentration d'une suspension de vase C_m ($C_m < C_M$), minimum nécessaire à l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_o , est :

$$- C_m \times v_s (C_m) = C_o \left[- v_s (C_o) + \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t} \right]$$

Cette condition critique de formation d'une crème de vase en état de suspension résultant d'un processus de sédimentation en eau calme, est valable dans la mesure où :

$$|v_s (C_m)| \gg \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t}$$

17.- Dans la mesure où le modèle de vitesse de sédimentation formé par l'équation (4.69) et par la loi de variation du coefficient de perméabilité donnée par l'équation (4.73), simule la dynamique verticale de la vase de la Loire avec les paramètres suivantes :

$$A_5 = 1,000 \text{ m s}^{-1}, A_6 = 67,36, A_7 = 0,6132,$$

la formation d'une crème de vase en état de suspension sous conditions d'eau calme, se fait dès que la concentration de la suspension est supérieure à environ $3,36 \text{ kg m}^{-3}$. Pour des concentrations inférieures, le transfert entre suspension à faible concentration et dépôt en cours de consolidation se fait directement.

18.- Dans la mesure où la formulation de Krone modélise la dynamique verticale des vases en présence de la turbulence, la concentration d'une suspension de vase C_{Fm} ($C_{Fm} < C_M$), minimum nécessaire à l'accumulation d'une masse ayant une concentration comprise entre C_s et C_o , est :

$$- C_{Fm} \times v_s (C_{Fm}) \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) = - C_o \times v_s (C_o) + C_o \times \frac{\partial \eta (C)}{\partial t}$$

$$\text{valable pour : } \left| v_s (C_{Fm}) \left(1 - \frac{\tau_o}{\tau_D} \right) \right| \gg \frac{\partial \eta (C_o)}{\partial t}$$

Cette condition critique de formation d'une crème de vase en état de suspension résultant d'un processus de sédimentation en présence de turbulence, est valable si l'on admet que la turbulence est amortie en surface et à l'intérieur du dépôt en cours de consolidation.

19.- La variation dans le temps de masse M dans une sous-couche à l'intérieur d'une suspension est régie par l'équation **linéaire** suivante :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = Q_{s/C} (C_{\text{surface}}) - Q_{s/C} (C_{\text{fond}}) \quad \text{avec : } M \geq 0$$

où : C_{surface} , est la concentration en surface de la sous-coche à l'intérieur de la suspension ;
et C_{fond} , est la concentration au fond de la sous-coche à l'intérieur de la suspension.

20.- La discrétisation iso-concentration (Fig. V.11) d'une couche de vase en état de suspension permet la formulation d'un modèle de la dynamique verticale de la vase dans lequel les variations dans le temps de la quantité de masse par unité de surface M ayant une concentration comprise entre deux valeurs proches, propres à chaque discrétisation, sont gouvernées par l'équation mentionnée ci-dessus.

21.- Lorsque le gradient de contrainte effective à l'intérieur d'un dépôt de vase, n'entraîne pas des modifications importantes sur la vitesse de la phase solide, le modèle iso-concentration permet la simulation de la dynamique verticale des vases qui résulte du phénomène de consolidation.

22.- Le modèle iso-concentration de la dynamique verticale des dépôts de vase, a les avantages suivants sur les modèles résolus en utilisant une discrétisation en coordonnées spatiales :

- a) dans ce modèle, la condition de frontière en surface d'une couche de vase est le taux de sédimentation, qui d'autre part, représente le terme puits de l'équation de transport diffusif ; ainsi, le modèle iso-concentration s'assemble directement dans un modèle hydrosédimentaire ;
- b) la discrétisation iso-concentration permet de connaître directement la masse par unité de surface ayant une concentration comprise entre deux valeurs proches, propres à chaque discrétisation multicouche ; ceci représente un avantage sur les discrétisations en coordonnées spatiales, notamment en surface des dépôts en fin du processus de consolidation où les gradients verticaux de concentration sont très forts (voir Fig. IV.9) ;
- c) dans une discrétisation iso-concentration, les propriétés de la vase à température constante restent constantes dans chaque sous-couche du dépôt, ainsi, dans une modélisation hydrosédimentaire, cette discrétisation du dépôt permet d'assimiler à chaque sous-couche une rigidité initiale et une tension de cisaillement critique d'érosion qui restent constantes au cours d'une simulation à température constante.

23.- Un débit de dépôt Q_D donné entraîne l'accumulation d'une masse de vase ayant une concentration supérieure à C'_s , où C'_s satisfait l'égalité suivante :

$$Q_{s/C} (C'_s) = C'_s \left[-v_s (C'_s) + \frac{\partial \eta (C'_s)}{\partial t} \right] = Q_D$$

$$\text{valable pour : } \frac{Q_D}{C'_s} \gg \frac{\partial \eta (C'_s)}{\partial t}$$

Lorsque C'_s est inférieur à C_o , l'égalité précédente est complètement justifiée. Dans le cas contraire cette égalité n'est justifiée que lorsque le gradient de contrainte effective n'entraîne pas des modifications importantes sur la vitesse de la phase solide dans le dépôt en cours de consolidation.

24.- Lorsqu'en tout moment, le processus de transfert de masse d'un écoulement superficiel vers un dépôt est lent par rapport au processus de tassement en tout point à l'intérieur d'une couche de vase, la concentration est toujours liée à la contrainte maximale historique appliquée. Dans ces conditions on a :

$$C = f_8 (\sigma_{\max})$$

ou : f_8 , est la loi de comportement plastique à la compressibilité de la vase ;

et σ_{\max} , la contrainte maximale historique due au poids déjaugé de la propre vase (Pa).

Le critère permettant de déceler la condition pour laquelle le processus de tassement est rapide par rapport au processus de dépôt est :

$$Q_{s/C} (C_1) > Q_D \quad \text{pour tout } C_1 > C_o$$

où : C_1 , représente la concentration dans les différents points du dépôt (kg m^{-3}).

Dans la mesure où l'hypothèse selon laquelle le gradient de contrainte effective n'entraîne pas de modifications importantes sur la vitesse de la phase solide à l'intérieur du dépôt, le débit $Q_{s/C}$ est donné par :

$$Q_{s/C} (C_1) = C_1 \left[-v_s (C_1) + \frac{\partial Q_s}{\partial C} \Big|_{C_1} \right]$$

Lorsque l'hypothèse précédente n'est pas justifiée, la condition pour laquelle le processus de tassement est rapide par rapport au processus de dépôt est plus difficile à détecter. Dans ces conditions la vitesse de la phase solide $Q_{s/C}$ à travers un niveau d'iso-concentration diminue avec l'augmentation du gradient de contrainte effective.

c) Erosion des vases.

25.- La généralisation de la définition de l'épaisseur de la sous-couche laminaire des fluides newtoniens aux fluides non-newtoniens, permet de trouver la frontière entre la sous couche laminaire et la zone de séparation en fonction des conditions hydrodynamiques par l'expression suivante :

$$\frac{u}{u_*} \Big|_{CT} = \delta'_{\eta}{}^+$$

où : u , est la vitesse moyenne locale du fluide (m s^{-1}) ;

u_* , la vitesse de cisaillement (m s^{-1}) ;

$\delta'_{\eta}{}^+$, l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire ; pour des fluides newtoniens $\delta'_{\eta}{}^+ = 4,0$.

et l'indice CT, correspond aux conditions hydrodynamiques à la frontière entre la sous-couche laminaire et la zone de transition.

26.- L'équation de Dodge et Metzner pour le profil de vitesse des fluides non-newtoniens dans la zone turbulente, permet de trouver les valeurs de $\delta'_{\eta}{}^+$ données dans le Tableau No. 6.2. Ces valeurs sont valables dans la mesure où l'égalité suivante est justifiée :

$$\frac{\delta'^+}{y_c'^+} = \frac{\delta'_{\eta}{}^+}{y_{c\eta}{}^+}$$

où : δ'^+ , est l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire d'un fluide newtonien ;

$\delta'_{\eta}{}^+$, l'épaisseur adimensionnelle de la sous-couche laminaire d'un fluide non-newtonien ;

$y_c'^+$, la longueur adimensionnelle correspondant à la coupure entre la loi laminaire de vitesses et la loi logarithmique de vitesses d'un fluide newtonien ;

et $y_{c\eta}{}^+$, la longueur adimensionnelle correspondant à la coupure entre la loi laminaire de vitesses et la loi logarithmique de vitesses d'un fluide non-newtonien ;

27.- Les vitesses maximales d'écoulement de l'eau dans l'estuaire de la Loire, d'environ 1 m s^{-1} sont accompagnées par une progression de la vase de l'ordre de 225 m sur un demi-cycle de marée de jusan (Gallenne [24]). Ceci implique selon notre critère marquant la limite entre la sous-couche laminaire et la zone de séparation dans les fluides non-newtoniens le fait suivant :

- **Le déplacement des couches de crème de vase sur le fond de l'estuaire de la Loire est en régime laminaire.**

Il faut rappeler que notre critère d'apparition de la turbulence près des frontières fixes concerne

la généralisation de la turbulence à partir d'une distance de cette frontière solide. Ce critère ne considère pas les bouffées turbulentes qui pénètrent sporadiquement l'écoulement laminaire de la couche de vase.

28.- D'après nos essais d'érosion réalisés sur une vase de l'estuaire de la Loire, la rigidité initiale telle qu'elle est déterminée dans le chapitre 3 de ce mémoire, est fortement corrélée avec la tension de cisaillement au fond τ_{0c} correspondant aux premiers remises en suspension observées en laboratoire.

Deux relations sont formulées d'après une régression linéaire réalisée à partir des mesures en laboratoire :

$$\tau_{0c} = 0,01812 \tau_y \quad \text{avec un coefficient de corrélation : } r = 0,89.$$

$$\tau_{0c} = 0,0105 \tau_y^{1,1368} \quad \text{avec un coefficient de corrélation : } r = 0,99.$$

29.- Les mesures rhéométriques réalisées sur une vase reconstituée de l'estuaire de la Loire à concentration constante et température variable, montrent que la rigidité initiale de cette vase varie avec la température en conservant toujours une même proportionnalité avec la viscosité dynamique de l'eau qui forme la phase fluide.

D'autre part, nos essais de remise en suspension réalisés en canal en laboratoire montrent, d'accord avec d'autres auteurs dont Migniot [42] et Parteniades[47], que l'érodibilité de la vase est fonction de sa rigidité initiale.

La simultanéité des deux constatations précédentes nous conduit à dire que **l'érosion des vases augmente avec l'augmentation de sa température.**

PERSPECTIVES.

Le modèle iso-concentration de tassement sous poids propre des couches de vase molle et saturée, développé dans le cadre de cette recherche, permet une description claire de la dynamique des fonds vaseux dans les estuaires.

Ce modèle de tassement comporte uniquement deux paramètres qui sont propres à la loi de variation du coefficient de perméabilité de chaque vase. Ceci facilite une simulation sédimentaire soumise à des nombreux processus, parmi lesquels : la floculation, la sédimentation, la consolidation, l'érosion, le transport, la stratification et la dispersion.

Du fait de cette complexité particulière des estuaires, une description réaliste des mécanismes sédimentaires, nécessite un approfondissement de la connaissance de l'ensemble de processus mis en jeu.

Cela étant dit, une meilleure compréhension de la dynamique sédimentaire des vases dans les estuaires est conditionnée par les recherches fondamentales qui seront menées dans l'avenir sur les aspects suivants :

- sédimentation et floculation à faibles concentrations,
- mécanismes de la turbulence dans les estuaires,
- mécanismes de la stratification dans les estuaires,
- taux de sédimentation,
- taux d'érosion.

Par ailleurs, la construction de modèles sédimentaires multicouches, plus proches de la réalité que ceux actuellement existants, demandera la mise en oeuvre de moyens considérables, notamment pour la surveillance en continu des nombreux paramètres caractéristiques de chaque estuaire.

Enfin, si dans cette recherche, un effort a été fait pour mettre en lumière l'influence de la température sur le comportement mécanique des vases, ceci reste insuffisant et doit être complété par des recherches interdisciplinaires qui permettront de déceler les différentes interactions existantes entre les actions hydrodynamiques, les comportements mécaniques des vases et les facteurs minéralogiques, thermiques, biologiques et chimiques qui sont à l'origine de ces comportements.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .

- [1] Abraham, G.. Curso de hydraulica fluvial y analisis de sistemas hidricos ; efectos de densidad en estuarios, Motor Columbus y Asociados, Buenos Aires, Argentina, 1979.
- [2] Allen, G.P.. Etude des processus sédimentaires dans l'estuaire de la Gironde, Thèse Sciences Naturelles, Bordeaux, 1972.
- [3] Anglès d'Auriac, P.. "Définitions et principes de rhéologie tensorielle", Rhéologie et Mécanique des Sols, IUTAM Symposium, Grenoble 1964, pp 8-22.
- [4] Ariathurai, R. and K. Arulanandan. "Erosion rates of cohesive soils", Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 104, No. HY2, February 1978, pp 279-283.
- [5] Balay, J., R. Berdat et L. Harfouche. "Etude en centrifugeuse de la consolidation sous poids propre de sols très lâches", Centrifuge 88, édité par Corté, Balkema, Rotterdam, 1988.
- [6] Been, K.. "Stress strain behaviour of a cohesive soil deposited under water", Thesis presented to the University of Oxford, at Oxford, England, in partial fulfillment of the degree of Doctor of Philosophy, 1980.
- [7] Bellesort, B. et C. Migniot. Etude de la masse turbide dans l'estuaire de la Loire, Rapport pour le CSEEL, 1983.
- [8] Berthois, L.. "Etude de la dynamique sédimentaire dans l'estuaire de la Loire", 4^{ème} Congrès int. portuaire, Anvers, Juin, 1964, 1^{ère} partie, pp 32-41.
- [9] Bogue, P.C. and J.L. White. Engineering analysis of non-Newtonien fluids, Advisory Group for Aerospace Research & Development, North Atlantic Treaty Organization, AGARDogrph No. 144, July 1970.
- [10] Bonnefille, R.. Cours d'hydraulique maritime, Ed. Masson, Paris, 1980.
- [11] Bouchard, J.P., M. Cordelle et J.Lorrin. "Simulation numérique de l'érosion des vases de retenue par les crues, Application à l'escale de Saint Lazare, sur la Durance", La Houille Blanche, No. 3/4, 1989, pp 287-291.
- [12] Byron, B.R., R.C. Armstrong and O. Hassager. "Dynamics of polymeric liquids", Vol. 1, Fluid Mechanics. John Wiley & Sons, New York, 1977.
- [13] Cameron, W.M. and D.W. Pritchard. Estuaries in the sea, ed. M.N. Hill, Vol. 2, John Wiley & Sons, New York, pp 306-324.
- [14] Carrier, W.D., L.G. Bromwell and Frank Somogyi. "Design capacity of slurried mineral waste ponds", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 5, May, 1983, pp 699-716.
- [15] Chavarria, F.E.. Etude rhéologique des suspensions de floes biologiques, Thèse présentée à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 1980.
- [16] Colin, F.. "Application de techniques rhéologiques à l'étude des boues résiduelles", La Tribune du Centre Belge d'Etude et de Documentation des Eaux. Vol. 23, No. 317, Avril 1970, pp 178-187.

- [17] Comité Scientifique pour l'Environnement de l'Estuaire de la Loire. Publications du Centre National pour l'Exploitation des Océans, Rapports Scientifiques et techniques, No. 55, 1984.
- [18] Cormault, P.. "Détermination expérimentale du débit solide d'érosion des sédiments fins cohésifs", 14^{ème} Congrès de l'AIRH, Paris, 1971.
- [19] Corté, J.F., et J. Garnier. "Une centrifugeuse pour la recherche en géotechnique", Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, No. 146, 1986, pp 5-28.
- [20] Daily, J.W. and D.R.F. Harlemann. Fluid dynamics. Addison-Wesley Publishing Co. Reading, Mass., 1966.
- [21] Dixit, J.G.. Resuspension potential of deposited kaolinite beds, M.S. Thesis, University of Florida, Gainesville, Florida, 1982.
- [22] Dodge, D.W. and A.B. Metzner. "Turbulent flow of non-Newtonian systems", A.I.Ch.E. Journal, Vol. 5, No. 2, June 1959, pp 189-204.
- [23] Fortier, A.. Mécanique des suspensions, Ed. Masson, Paris, 1967.
- [24] Gallenne, B.. Les accumulations turbides de l'estuaire de la Loire. Etude de la "crème de vase". Thèse de 3^{ème} Cycle en Géologie Appliquée, présentée à l'Institut des Sciences de la Nature, Département des Sciences de la Terre, Université de Nantes, 1974.
- [25] Gibson, R.E., G.L. England and M.J.L. Hussey. "The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays, I. Finite nonlinear consolidation of thin homogeneous layers", Geotechnique, Vol. 17, No. 3, 1967, pp 261-273.
- [26] Grovel, A. et P. Thomas. "Sols frottants mobilisables sous l'action de la houle et des courants en géotechnique marine", Revue Française de Géotechnique, No. 28, pp 55-63.
- [27] Grovel, A.. Etude d'un estuaire dans son environnement ; le Blavet maritime et la région de Lorient, Travaux du Laboratoire de Géologie Marine, Faculté des Sciences Nantes, 1970.
- [28] Hayter, E.J.. "Estuarial sediment bed model", Estuarine Cohesive Sediment Dynamics, edited by Mehta, Springer-Verlag, New York, 1986, pp 326-359.
- [29] Hjulström, F.. Recent marine sediments, Oklahoma, 1939.
- [30] Hug, M.. Mécanique des fluides appliquée, Ed. Eyrolles, Paris, 1975.
- [31] Ippen, A.T.. Estuary and coastline hydrodynamics, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1966.
- [32] Keller, P. et J.P. Bouchard. Etude bibliographique de l'alluvionnement des retenues par les sédiments fins ; mécanismes physiques et moyens de lutte, Rapport EDF, E 43/83/26, 1983.
- [33] Kelly, W.E., R.C. Gularte and V.A. Nacci. "Erosion of cohesive sediments as rate process", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 105, No. GT5, May 1979, pp 673-676.
- [34] Krone, R.B.. "Flume studies of the transport of sediment in estuarial shoaling processes", Final Report, Hydraulic Engineering Laboratory and Sanitary Engineering Research Laboratory, University of California, Berkeley, California, June 1962.

- [35] Kynch, G.F.. "A theory of sedimentation", Faraday Society Transactions, Vol. 48, 1952, pp 166-176.
- [36] Lamb, T.W. and R.V. Whithman. Soil mechanics, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962.
- [37] Larras, J.. Embouchures, estuaires, lagunes et deltas, Ed. Eyrolles, Paris, 1965.
- [38] Larras, J.. Hydraulique et granulats, Ed. Eyrolles, Paris, 1972.
- [39] Lebreton, J.C.. "Transport solide", Mécanique des fluides appliquée, édité par Hug, Eyrolles, 1975, pp 453-594.
- [40] Le Hir, P., P. Bassoullet, et J.L'Yavanac. "New developments about mud transport models. Application to a macrotidal estuary", Proceedings of the International Symposium New Orleans, edited by S.S.Y. Wang, August 14-18, 1989, pp 94-99.
- [41] Le Hir, P., J.F. Guillaud, M. Pommepuy, F. Le Guyader et J.C. Salomon. "Modélisation du transport dissous et particulaire dans l'estuaire de Morlaix. Application au devenir des bactéries entériques", La Houille Blanche, No. 3/4, 1990, pp 273-278.
- [42] Linder, C.P., "Intrusion of sea water in tidal sections of fresh water streams", Proc. Am. Soc. Civ. Eng., Vol. 79, Separate 358, 1953.
- [43] Mehta, A.J. and E. Partheniades. "Resuspension of deposited cohesive sediment beds", Proceedings, 18th Coastal Engineering Conference, Vol. 2, Cap Twn, So. Africa, November 1982, pp 1569-1588.
- [44] Mehta, A.J.. "Characterization of cohesive sediment properties and transport processes in estuaries", Estuarine Cohesive Sediment Dynamics, edited by Mehta, Springer-Verlag, New York, 1986, pp 290-325.
- [45] Migniot, C.. "Etude des propriétés physiques de différents sédiments très fins et leur comportement sous des actions hydrodynamiques", La Houille Blanche, No. 7, 1968, pp 591-620.
- [46] Migniot, C.. "Tassement et rhéologie des vases", La Houille Blanche, No. 1 et 2, 1989.
- [47] Ottmann, F.. Introduction à la géologie marine et Littorale. Masson et Cie. Editeurs, 1965.
- [48] Owen, M.W.. "Erosion of Avonmouth mud", Report No. INT 150, Hydraulics Research Station, Wallingford, United Kingdom, September, 1975.
- [49] Parchure, T.M.. Effect of bed shear stress on the erosional characteristics of kaolinite, M.S. Thesis, University of Florida, Gainesville, Florida, December 1980.
- [50] Partheniades, E.. "Erosion and deposition of cohesive soils", Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 91, No. HY1, January 1965, pp 105-139.
- [51] Partheniades, E.. "A fundamental framework for cohesive sediment dynamics", Estuarine Cohesive Sediment Dynamics, edited by Mehta, Springer-Verlag, New York, 1986, pp 219-250.
- [52] Périgaud, C.. "Mécanique de l'érosion des vases", La Houille Blanche, No. 7/8, 1975, pp 501-512.
- [53] Prandtl, L.. Guide à travers la mécanique des fluides, Ed. Dunod, Paris, 1956.

- [54] Reiner, M.. Rhéologie théorique, Ed. Dunod, Paris, 1955.
- [55] Richardson, J.F. and W.N. Zaki. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, London, Vol. 32, 1954, 19 p.
- [56] Ritchard, I.D. and B.B. Ewing. "The rheology of activated sludge", Journal WPCF, Vol. 39, No.4, April 1967, pp 543-560.
- [57] Robbe, D. et P. Marchandise. "Qualité des eaux superficielles. L'eau, les matières en suspension, les sédiments", Bull. Liaison Labo. P. et Ch., No. 96, Juillet-Août 1978.
- [58] Roger, B.. Répartition et localisation des métaux traces dans les sédiments ; application à l'estuaire de la Loire, Rapports des Laboratoires, série : Environnement et Génie Civil EG-4, LCPC, Avril 1988.
- [59] Salomon, J.C.. Modèle mathématique de la propagation de la marée en estuaire et des transports sableux associés ; application aux estuaires de la Loire et de la Seine. Laboratoire d'Océanographie Physique, Université de Brest, 1976.
- [60] Sanchez, M. et A. Grovel, " Etude des phénomènes de dépôt, de consolidation et d'érosion de la crème de vase dans les estuaires", Premières Journées Inter-Universitaires Génie Civil-Génie Côtier, Le Havre, 1990, pp 275-289.
- [61] Scheidegger, A.E.. The physics of flow through porous media, Macmillan, New York, 1957.
- [62] Schlichting, H.. Boundary layer theory, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1960.
- [63] Shields, A.. Anwendung der Ähnlichkeit, Mechanik und der turbulentz forschung auf der geschiebebewegung, Mitteilungen der Pruss, Versuchsantalt für Wasserbau und Schiffbau, No. 26, Berlin, 1936, 25 p.
- [64] Sills, G.C. and McG. Elder. "The transition from sediment suspension to settling bed", Estuarine Cohesive Sediment Dynamics, edited by Mehta, Springer-Verlag, New York, 1986, pp 192-205.
- [65] Simon, L.. "Evaluation des schémas numériques pour la modélisation de l'advection-dispersion", La Houille Blanche, No. 3/4, 1990, pp 225-230.
- [66] Tan, T.S., K.Y. Yong, E.C. Leong and S.L. Lee. "Sedimentation of clayey slurry", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 116, No. 6, June 1990, pp 885-898.
- [67] Taylor, G.I.. "The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe", Proc. Roy.Soc., London, 1954.
- [68] Teeter, A.M.. "Vertical transport in fine-grained suspension and newly-deposited sediment", Estuarine Cohesive Sediment Dynamics, edited by Mehta, Springer-Verlag, New York, 1986, pp 170-191.
- [69] Terzaghi, K. and R.B. Peck. Mécanique des sols appliquée, Ed. Dunod, Paris, 1961.
- [70] Thorn, M.F.C.. "Physical processes of siltation in tidal chanel", Proceedings Hydraulic Modelling Applied to Maritime Engineering Problems, I.C.E., London, 1981, pp 47-55.
- [71] Valembois, J. et C. Migniot. "Rejets des produits de dragages à l'aval d'un barrage sur l'Oued Hamiz", La Houille Blanche, No. 2/3, 1975, pp 155-172.

- [72] Vand, V.. "Viscosity of solutions and suspensions I. Theory", Journal Phys. Colloid. Chem., Vol. 52, 1948, pp 277-299.
- [73] Vanoni, V.A.. "Sedimentation engineering", Report of Engineering Practice No. 54, American Society of Civil Engineers, New York, 1975.